N° D'ORDRE : 661

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE D'INGÉNIEUR-DOCTEUR

PAR

CAHIT OZGUR

INGÉNIEUR I.T.U.
CHARGÉ DE COURS A L'UNIVERSITÉ TECHNIQUE D'ISTANBUL

1re THÈSE

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DE L'ÉCOULEMENT GIRATOIRE DANS LES DIVERGENTS

2e THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

FROTTEMENT D'UN DISQUE TOURNANT DANS UN FLUIDE

Soutenues, le 18 novembre 1960, devant la Commission d'Examen

Jury { MM. A. FORTIER — *Président.* ; L. MALAVARD, E. BRUN — *Examinateurs.* }

N° D'ORDRE : 661

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE D'INGÉNIEUR-DOCTEUR

PAR

CAHIT OZGUR

INGÉNIEUR I.T.U.
CHARGÉ DE COURS A L'UNIVERSITÉ TECHNIQUE D'ISTANBUL

1re THÈSE

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DE L'ÉCOULEMENT GIRATOIRE DANS LES DIVERGENTS

2e THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

FROTTEMENT D'UN DISQUE TOURNANT DANS UN FLUIDE

Soutenues, le 18 novembre 1960, devant la Commission d'Examen

Jury { MM. A. FORTIER — *Président.*
L. MALAVARD
E. BRUN } *Examinateurs.*

R. UNIV. BIBLIOTHEEK LEIDEN

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41538125_0004

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DE L'ÉCOULEMENT GIRATOIRE DANS LES DIVERGENTS

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen . . . . . J. PÉRÈS

PROFESSEURS

G. JULIA	T	Analyse supérieure et algèbre supérieure.
DE BROGLIE ..	T	Théories physiques.
PRENANT	T	Anatomie et histol. comparées.
PÉRÈS	T	Mécanique des fluides et applications.
BARRABÉ	T	Géologie struct. et géologie appliquée.
BOURCART	T	Géogr. physique et géol. dynamique.
PLANTEFOL	T	Botanique.
GRASSÉ	T	Évolution des êtres organisés.
PRÉVOST	T	Chimie organique.
BOULIGAND ...	T	Application de l'analyse à la géométrie.
CHAUDRON.....	T	Chimie appliquée.
WYART.....	T	Minéralogie.
TEISSIER	T	Zoologie.
MANGENOT	T	Biologie végétale.
P. AUGER	T	Physique quantique et relativité.
MONNIER	T	Physiologie générale.
PIVETEAU	T	Paléontologie.
ROCARD	T	Physique (E.N.S.).
H. CARTAN	T	Mathématiques (E.N.S.).
LAFFITTE	T	Chimie générale.
FAVARD	T	Géométrie supérieure.
COULOMB	T	Physique du globe.
M^lle^ COUSIN ...	T	Biologie animale (S.P.C.N.).
CHRÉTIEN	T	Chimie minérale.
P. DRACH	T	Zoologie.
KASTLER	T	Physique (E.N.S.).
EPHRUSSI.....	T	Génétique.
WURMSER	T	Biologie physico-chimique.
RIVIÈRE	T	Géologie (S.P.C.N.) (Orsay).
GAUTHERET ...	T	Biol. végétale (P.C.B.).
LUCAS	T	Recherches physiques.
A. THOMAS	T	Biol. cellulaire.
ARNULF	T	Optique appliquée.
M. MORAND ...	T	Enseignement de physique.
SOLEILLET	T	Physique (P.C.B.).
FORTIER.....	T	Mécanique expérimentale des fluides.
DANJON	T	Astronomie.
PETIT	T	Biologie maritime.
QUENEY	T	Météorologie et dynamique atmosphérique.
GALLIEN	T	Embryologie.
EICHHORN	T	Biologie végétale (S.P.C.N.).
DE CUGNAC ..	T	Biologie végétale (S.P.C.N.).
M^lle^ CAUCHOIS .	T	Chimie physique.
THELLIER	T	Physique du globe.
L'HÉRITIER ...	T	Génétique.
GRIVET.....	T	Radio-électricité.
PONCIN	T	Mécanique générale.
DUBREIL	T	Arithmétique et théorie des nombres.
QUELET	T	Chimie organique.
CAGNIARD	T	Géophysique appliquée.
CHAMPETIER ...	T	Chimie macromolécul.
CUVILLIER	T	Micropaléontologie.
JUNG	T	Pétrographie.
TRILLAT	T	Microscopie et diffract. électronique.
WIEMANN	T	Chimie organique et structur.
JACQUINOT	T	Spectroscopie et phys. céleste.
VASSY	T	Physique de l'atmosphère.
DESTOUCHES ..	T	Théories physiques.
PRUVOST	T	Géologie.
AMIEL	T	Chimie générale.
HOCART	T	Minéralogie.
J.-P. MATHIEU.	T	Physique (Orsay).
COUTEAUX	T	Biol. animale (P.C.B.).
MAY	T	Zoologie (Orsay).
CHOQUET	T	Théor. des fonctions et topologie.
FELDMANN	T	Biol. végétale marine.
GUINIER.....	T	Physique des solides.
JOST	T	Physiologie comparée.
FORTET	T	Calcul des prob. et physique mathématique.
SCHWARTZ	T	Calc. diff. et intégr.
CHOUARD	T	Physiologie végétale.
MALAVARD.....	T	Aviation.
BRELOT	T	Calcul différentiel.
NORMANT.....	T	Synthèse organique.
BÉNARD	T	Chimie minérale.
BUVAT	T	Botanique (E.N.S.).
DUGUÉ	T	Statistiques mathém.
SOULAIRAC.....	T	Psychophysiologie.
ULRICH	T	Physiologie végétale.
MARÉCHAL	T	Optique théorique et appliquée.
KIRRMANN.....	T	Théories chimiques.
CHADEFAUD....	T	Botanique.
M^lle^ LE BRETON	T	Physiol. générale.
SALEM	T	Mathématiques générales.
LELONG	T	Mathématiques générales.
DEVILLERS	T	Anatomie et histol. comparées.
EHRESMANN ...	T	Topologie algébrique.
FRANÇON	T	Physique (S.P.C.N.).
GLANGEAUD ...	T	Géogr. physique et géologie dynamique.
GODEMENT	T	Mathématiques (M.G.P.).
PISOT	T	Techniques mathém. de la physique.
E. ROCH	T	Géologie.
SCHATZMANN ..	T	Astrophysique.
TERNIER	T	Paléontologie stratigraphique.
ZAMANSKY	T	Mathématiques générales.
LENNUIER	T	Physique (M.G.P.).
RIZET		Génétique.
ROUTHIER	T	Géologie appliquée.
M^me^ TONNELAT.	T	Relativité.
DIXMIER	T	Mathématiques (M.P.C.).
SOUCHAY	T	Chimie générale.
AIGRAIN	T	Électrotechn. générale.
BRUSSET		Chimie minérale.
M. LEVY	T	Physique théorique des hautes énergies.
M^me^ CHAIX ...		Chimie biologique.
M^me^ HUREL-PY.		Biol. vég. (P.C.B.).
PIAUX		Chimie (M.P.C.).

Brun	T	Mécanique expér. des fluides.
Lederer	T	Chimie biologique.
M^me^ Dubreil..	T	Mathématiques.
M^me^ Lelong ..	T	Mathém. (E.N.S.).
Bellair	T	Géologie (S.P.C.N.).
Cotte.....	T	Physique (Orsay).
J.-E. Dubois ..	T	Chimie organique.
Lamotte		Zoologie (E.N.S.).
Michel André..	T	Chimie (S.P.C.N.).
Olmer	T	Énergétique générale.
Rouault	T	Physique générale.
Gauthier	T	Mécanique appliquée.
Barchewitz ...	T	Chimie physique.
Brossel.....	T	Physique atomique.
Buser		Physiologie comparée.
Camus		Physiol. vég. (3^e^ cycle).
Castaing		Physique générale.
Curien		Minéralogie et cristallographie.
Moyse	T	Physiol. vég. (Orsay).
Pannetier		Chimie (S.P.C.N.).
Possompes	T	Zoologie.
Pullmann.....		Chimie théorique.
Teillac		Physique nucléaire et radioactivité.
Tonnelat		Biol. physico-chimique.
Ville	T	Économétrie.
Willemart ...		Chimie (P.C.B.).
Dodé	T	Chimie (S.P.C.N.) (Orsay).
Freymann	T	Physique générale.
Guinochet ...	T	Biol. vég. (Orsay).
Rollet	T	Chimie (P.C.B.).
M^lle^ Josien ...	T	Chimie (P.C.B.).
Chevalley ...	T	Géométrie algébrique et théorie des groupes.
Arnoult	T	Électronique.
Chapelle	T	Physique (M.P.C.) (Orsay).
Delange	T	Mathématiques (Orsay).
Deny	T	Mathématiques (M.G.P.).
Germain	T	Mécanique théorique des fluides.
G. Lucas	T	Géologie.
Allard		Chimie physique.
Berthelot ...		Physique nucléaire et radioactivité.
Bricard		Météorologie et physique de l'atmosphère.
M^me^ Albe-Fessard		Psychophysiol.
Friedel		Physique des solides.
M. Julia		Étude des molécules organiques complexes.
Lender		Biol. animale (S.P.C.N.) (Orsay).
Magat		Physico-chimie des rayonnements.
M^lle^ Quintin ..	T	Électrochimie.
Monod	T	Chimie du métabolisme.
Benoit.....	T	Physiologie animale.
De Possel ...	T	Analyse numérique.
Charlot	T	Chimie analytique.
Haissinsky ...	T	Radiochimie.
Lemée	T	Physiologie (B.M.P.V.).
Guérin	T	Chimie (M.P.C.).
M. Chatelet ..		Chimie (S.P.C.N.).
Jean		Physique nucléaire et radioactivité.
Mattler		Physique (S.P.C.N.).
Michel (Louis).		Physique théorique des hautes énergies.
Rumpf		Chimie (P.C.B.).
Bergerard ...		Zoologie (Orsay).
Bertein		Électronique.
Bouissières ...		Chimie des radio-éléments.
M^me^ Couture..		Physique (P.C.B.).
Ellenberger..		Géologie structurale et géologie appliquée.
Franc		Biologie animale.
Schnell		Botanique tropicale.
Stolkowski ...		Physiologie générale.
Acher		Chimie biologique (Orsay).
Baudoin		Biologie animale (P.C.B.).
Beaumont.....		Biologie animale (S.P.C.N.).
Blamont		Géophysique ionosphère.
Bourreau		Biologie végétale (S.P.C.N.) (Orsay).
D. Curie.....		Physique (M.G.P.).
Durand-Delga		Géologie.
Fréon		Chimie (P.C.B.).
Heller		Physiologie végétale.
Tortrat		Calcul des probabilités.
Cailleux		Géologie (S.P.C.N.).
Magnan.....		Physique (M.P.C.).
Daudel		Mécanique ondulatoire appliquée à la chimie théorique et à la physique nucléaire.
M^lle^ Fourcroy.		Biologie végétale (S.P.C.N.).

Secrétaire général ..... R. Poullain

A la mémoire de ma mère

TABLE DES MATIÈRES

PAGES

Notations 1

INTRODUCTION 3

CHAPITRE PREMIER. — **Diffuseurs** 5

1 Généralité 5

2 Historique 6

3 Définition du rendement et de divers coefficients 7

4 Influence des divers facteurs sur la performance d'un diffuseur 11

Propriétés géométriques 12

A. — Angle de divergence 12

Cas de la longueur du divergent constante 12

Cas du rapport de sections constant 15

Séparation 17

Conditions de récupération optimale ou l'angle de meilleur rendement 19

B. — Influence du rapport des sections et de la longueur 22

Diffuseurs plans 24

Évolution du profil des vitesses le long du divergent 29

C. — Influence de la forme de section transversale 30

D. — Influence du profil de la paroi 30

Divergent avec conduit aval 30

Profil longitudinal de la paroi 34

a) Diffuseur simple à paroi curviligne 34

b) Diffuseur court de révolution avec plaque déviatrice 35

E. — Influence de la courbure de l'axe 36

F. — Influence de la rugosité de la paroi 38

Conditions d'entrée 38

A. — Influence du profil de vitesse et de l'épaisseur de la couche 38

Méthode de ROSS-FRASER pour la prédiction de la séparation dans un diffuseur conique 39

Autres méthodes de calcul 43

Influence de la longueur du tuyau amont 45

Influence des diverses caractéristiques de la couche limite 45

Conclusions 46

B. — Influence de l'inclinaison de la vitesse 48

C. — Influence du nombre de Reynolds 48

D. — Influence de l'intensité de la turbulence 51

Mesures spéciales pour contrôler la couche limite 51

PAGES

CHAPITRE II. — **Écoulement giratoire** 53

1 Équations générales du mouvement giratoire 53

2 Cas de l'écoulement turbulent 54

3 Introduction des tensions de frottement 55

4 Intégration des équations de Reynolds dans une section transversale de la canalisation 57

4,1 Intégration de la composante radiale 58

4,2 Intégration de la composante tangentielle 58

4,3 Intégration de la composante axiale 61

5 Application du théorème de quantité de mouvement à un élément du divergent 63

6 Écoulement giratoire en aval d'un distributeur axial 65

CHAPITRE III. — **Description de l'installation, des appareils et des méthodes de mesure** 71

1 Installation proprement dite 71

2 Modification pour les essais de l'exploration de la couche limite inférieure 71

3 Installation permettant de déceler les rotations après les coudes 73

4 Appareils et méthodes de mesures 73

4,1 Mesures des inclinaisons par la sonde à trois ouvertures 73

4,2 Influence de la turbulence sur la mesure d'inclinaison par sonde 76

4,3 Détermination de l'inclinaison de vitesse moyenne par procédé photographique 79

4,4 Mesures des pressions et des vitesses 81

4,5 Mesures des vitesses à proximité de la paroi 83

4,6 Les manomètres 86

CHAPITRE IV. — **Une exploration dans la couche limite turbulente d'un écoulement giratoire** 87

1 Rappel de quelques aspects intéressants de la couche limite 87

2 L'objet de nos travaux 89

3 Les travaux de WATTENDORF 91

4 Les travaux de M. YEH 93

5 Deux expériences relatives au nombre de Reynolds critique 97

6 Nos expériences 97

7 Les résultats 97

8 Vérification par la mesure des tensions de frottement 102

9 Conclusions 103

PAGES

CHAPITRE V. — **Écoulement hélicoïdal après les coudes** 105

1 Expériences et résultats 105

2 Conclusions 109

CHAPITRE VI. — **Écoulement giratoire dans les divergents** 111

1 Définitions 111

2 Les travaux antérieurs 113

2,1 Expériences de PETERS 113

2,2 Article de PATTERSON 115

2,3 Travaux de KAUFMANN 115

2,4 Autres recherches 118

3 Expériences sur un divergent parcouru par des écoulements giratoires... 119

3,1 Description des expériences 119

3,2 Résultats 121

A. — Les inclinaisons 121

B. — Les vitesses axiales 125

C. — Les vitesses tangentielles 129

D. — Répartition des pressions 136

E. — Différents coefficients 140

1 Coefficient d'énergie cinétique α 141

2 Coefficient de quantité de mouvement β 141

3 Détermination de α et de β 142

4 Les valeurs calculées d'après les courbes de répartition de vitesse 143

5 Évolution des coefficients d'énergie cinétique 144

6 Rendement 145

7 Efficacité 149

8 La récupération des vitesses rotationnelles 151

3,3 Conclusions 152

4 Cas des aspirateurs de turbines hydrauliques 154

4,1 Analyse du diffuseur coudé 155

4,2 Influence de la rotation 156

BIBLIOGRAPHIE 158

NOTATIONS

g ..... Accélération de la pesanteur.

ρ ..... Densité, masse d'un volume unitaire.

ϖ ..... Poids spécifique.

S ..... Surface d'une section transversale.

R ..... Rayon.

D ..... Diamètre.

m ..... Rapport des sections.

V ..... Vitesse absolue.

V_x ..... Vitesse axiale.

V_t ..... Vitesse tangentielle.

V_r ..... Vitesse radiale.

Q ..... Débit.

U ..... Vitesse moyenne : $\frac{Q}{S}$.

p ..... Pression statique en un point.

p_d ..... Pression dynamique en un point.

p_t ..... Pression totale en un point.

$\overline{p_d}$ ..... Pression dynamique calculée avec la vitesse moyenne : $\rho \frac{U^2}{2}$.

P_s ..... Pression statique moyenne : $\frac{\iint p\, dq}{Q}$.

P_d ..... Pression dynamique moyenne : $\frac{\iint p_d\, dq}{Q}$.

P_t ..... Pression totale moyenne : $\frac{\iint p_t\, dq}{Q}$.

P_{dr} ..... Pression dynamique moyenne due aux vitesses tangentielles.

P_{dx} ..... Pression dynamique moyenne due aux vitesses axiales.

α ..... Coefficient d'énergie cinétique : $\frac{P_d}{p_d}$.

α_t ..... Coefficient d'énergie cinétique tangentiel : $\frac{P_{dt}}{p_d}$.

α_x ..... Coefficient d'énergie axial : $\frac{P_{dx}}{p_d}$.

R_e ..... Nombre de Reynolds.

λ ..... Coefficient de perte de charge.

K ..... Coefficient de perte de charge singulière.

u_* ..... Vitesse de frottement : $\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$.

τ ..... Tension de frottement : $C_f \cdot \frac{1}{2} \rho U_m^2$.

C_f ..... Coefficient de frottement local.

δ ..... Épaisseur de la couche limite.

δ^* ..... Épaisseur de refoulement (déplacement).

δ^{**} ..... Épaisseur de quantité de mouvement.

R_θ ..... Nombre de Reynolds défini à partir de l'épaisseur de quantité de mouvement.

u ..... Vitesse en un point quelconque de la couche limite.

U_m ..... Vitesse en dehors de la couche limite.

θ ..... Demi-angle de sommet du divergent conique.

φ ..... Inclinaison de la vitesse à la paroi.

η ..... Rendement d'un diffuseur.

η_d ..... Efficacité d'un diffuseur.

β ..... Coefficient de quantité de mouvement.

γ ..... Coefficient d'énergie.

F_d ..... Facteur de diffusion.

η_s ..... Rendement simple d'un diffuseur.

INTRODUCTION

L'écoulement giratoire, en général, si peu étudié jusqu'à présent, acquiert une importance de plus en plus importante dans la mécanique des fluides appliquée. Les expériences que nous avons effectuées en 1953 ont déjà montré combien la perte de charge dépend de la composante rotationnelle de vitesse dans les canalisations de section circulaire. Le présent travail a pour but d'étudier quelques aspects de ce type d'écoulement, plus particulièrement dans un divergent, autrement dit, dans un diffuseur conique.

Un premier chapitre a été consacré aux résumés, comparaisons et critiques des travaux antérieurs sur les diffuseurs. Ainsi nous avons voulu, d'une part, préciser où l'on en est dans ce domaine et, d'autre part, établir une base de comparaison pour nos résultats d'expériences concernant l'écoulement giratoire dans un diffuseur droit.

Le second chapitre comprend des considérations plus ou moins théoriques sur l'écoulement giratoire dans les diffuseurs, ainsi qu'un commentaire sur la formation du noyau central.

Le troisième chapitre est réservé à la description des installations, appareillages et méthodes de mesure utilisées.

Nous avons, en plus, abordé dans ce travail deux questions qui ne sont pas directement liées aux diffuseurs : la première, qui est l'exploration de la couche limite turbulente en écoulement hélicoïdal, est exposée au chapitre IV; la deuxième question se rapporte à la naissance de l'écoulement hélicoïdal dans les canalisations industrielles n'ayant aucun élément spécial conçu pour créer la rotation, tel que l'inclineur, le distributeur ou une roue de turbomachine, etc. On trouvera, au chapitre V, les résultats de ces expériences qui présentent, à notre avis, un grand intérêt pratique.

Les expériences relatives à l'écoulement giratoire dans les diffuseurs, qui ont servi de base à ce travail, sont exposées au chapitre VI. La discussion des résultats et les conclusions y sont ajoutées.

Un dernier paragraphe traite brièvement des aspirateurs des turbines hydrauliques pour lesquels l'importance des effets de la rotation est indiscutable.

On connaît le caractère très complexe de l'écoulement turbulent même dans le cas où les vitesses sont axiales et la canalisation est suffisamment longue. On n'ignore pas non plus qu'un écoulement hélicoïdal n'a pas de régime établi, quelle que soit la longueur du conduit, en raison de l'amortissement très lent des vitesses tangentielles. Quand il s'agit de diffuseurs le problème se complique encore. Aujourd'hui même, le problème du développement de la couche limite turbulente, dans un champ de gradient de pression, n'est pas entièrement résolu. On se rendra ainsi compte du degré de complexité que pose la vitesse tangentielle qui, elle-même, est sujette à varier avec la composante axiale.

En tenant compte de toutes ces difficultés décourageantes que présente l'étude complète d'un pareil écoulement, on pourrait douter du succès de toutes les recherches de courte durée.

Mais de nombreux problèmes, dans la technique, exigent des solutions immédiates et nous sommes tenus de pourvoir à ces besoins le plus tôt possible, même si nous ne sommes pas capables de donner une explication complète aux phénomènes complexes et d'établir une théorie exacte. Le seul moyen d'y parvenir, pensons-nous, ne peut être que la peine que l'on se donnera d'entreprendre une suite d'expériences persévérantes.

Or, dans le cadre du présent travail, nous ne prétendons pas embrasser la matière dans tous ses aspects, ni arriver toujours à des conclusions définitives. Mais nous croyons, tout au moins, apporter une contribution à ce problème aux mille faces diverses, ce qui sera utile, en partie, pour le besoin pratique immédiat et en partie, pour les recherches postérieures.

Cette étude a été effectuée au Laboratoire de Mécanique des Fluides de la Faculté des Sciences de Paris, où j'ai trouvé, une deuxième fois, un accueil très aimable par son directeur, M. le Professeur A. Fortier, dont les conseils et les encouragements m'ont été d'une aide inestimable, soit pour mener ces travaux à bien, soit pour me perfectionner dans ma carrière académique. Je lui demande de bien vouloir accepter ici l'expression de ma très profonde reconnaissance.

Chapitre Premier

DIFFUSEURS

1 GÉNÉRALITÉ

Un diffuseur est un élément d'un circuit hydraulique ou aérodynamique destiné à convertir une partie de l'énergie cinétique du fluide en énergie potentielle (sous forme d'énergie de pression). Son principe de fonctionnement est basé sur le théorème de Bernoulli.

La section de sortie d'un diffuseur étant supérieure à la section d'entrée, le fluide traversant l'appareil perd une partie de sa vitesse, soit son énergie cinétique.

Cette différence doit, en principe, se transformer en pression, mais comme toutes les transformations, celle-ci n'a pas lieu sans perte. Par conséquent, l'énergie transformée en pression (dite l'énergie récupérée) est inférieure à la diminution de l'énergie cinétique. Donc, on peut définir un rendement caractérisant ces pertes qui sont, enfin, perdues en chaleur. Ce rendement s'exprime en général :

$$\eta = \frac{P_2 - P_1}{E_1 - E_2} = \frac{P_{s_2} - P_{s_1}}{P_{d_1} - P_{d_2}},$$

E étant l'énergie cinétique et P, l'énergie potentielle du fluide passant en unité de temps par la section. Les indices 1 et 2 se réfèrent respectivement à l'entrée et à la sortie.

Il existe, dans la pratique, des divergents dont les buts ne tendent pas exclusivement à la récupération, mais plus spécialement à faire la connection d'une canalisation à une autre ayant une section plus large. Dans ce cas, notre définition est encore applicable puisqu'elle est basée sur la perte d'énergie. En d'autres termes, ayant connu le rendement d'un tel divergent on pourrait calculer facilement ses pertes de charge.

Différents auteurs ont utilisé des définitions de rendement très variées, ainsi qu'une multitude de constantes afin de caractériser soit l'efficacité, soit le bon fonctionnement d'un diffuseur. Nous allons passer en revue les plus importants de ces coefficients au paragraphe suivant. On remarquera qu'aucun de ces coefficients sans dimensions ne mérite de porter le nom de rendement autant que celui que nous venons de définir.

On sait presque, *a priori*, que pour réduire les pertes, autrement dit pour augmenter le rendement, le passage de la section d'entrée à la section de sortie doit avoir lieu graduellement, toutefois une exagération dans ce sens aurait pour conséquence de diminuer ce rendement.

Il y a donc une condition optimale qui donne une perte de charge minimale. Mais cette condition, la plupart du temps, entraîne des dimensionnements anéconomiques.

Le problème se présente donc, presque toujours, de la façon suivante : il s'agit en général de trouver des formes, des conditions et des moyens qui donnent, pour un même rapport de sections et avec un rendement raisonnable, la longueur la plus courte.

Selon les besoins locaux on adopte des types et des formes différents : par exemple les formes coudées, ayant une section d'entrée circulaire et une section de sortie rectangulaire, sont en usage pour les turbines hydrauliques. Tandis que pour les circuits de ventilation on utilise généralement des divergents droits de section rectangulaire. Par contre, dans les turbines à gaz on a besoin d'un diffuseur à section annulaire.

Le plus simple des diffuseurs imaginables (et sans doute le plus usité) est un divergent de section circulaire, autrement dit un tronc de cône.

2 HISTORIQUE

Connus et utilisés depuis bien longtemps, les diffuseurs n'ont fait l'objet de recherche que pendant le siècle courant. Eytelwin, Francis, Baninger et Andres ont fait des expériences en vue de déterminer l'importance des divers facteurs qui influent sur le rendement. Mais, d'une part, ces facteurs n'ayant pas été définis d'une façon précise, d'autre part, du fait qu'on n'a pu maintenir fixes les conditions pendant la variation d'un paramètre, ces résultats ne sont que qualitatifs et ne donnent qu'une idée très vague.

Andres a fait remarquer l'effet défavorable de non-uniformité du profil de vitesses à l'entrée du diffuseur sur le rendement (1).

Gibson fut le premier à étudier systématiquement les diffuseurs droits de section circulaire et rectangulaire. Il fit varier l'angle de divergence, tout en fixant le rapport de sections, et mesura le rendement. Ainsi, il détermina l'angle optimal pour un rapport de section donnée. Ces résultats, publiés en 1910, gardent encore presque toute leur valeur. En 1922 les expériences de Lyon confirmèrent celles de Gibson.

Les travaux de Gibson contenaient, en plus, une étude de détermination de meilleure forme de la paroi. Dans ce but, après avoir expérimenté trois profils curvilignes qui lui semblaient les plus avantageux, Gibson conclut que le profil dit de perte de charge uniforme, était le meilleur.

Ceci a été confirmé plus tard par Ackeret.

Une deuxième contribution considérable fut portée par Peters qui étudia l'influence du profil de vitesses à l'entrée du divergent sur la transformation, en faisant varier systématiquement la longueur des tuyaux en amont du diffuseur conique.

Ce fut encore Peters qui essaya de déterminer, le premier, l'influence de la rotation et montra que la rotation en bloc a un effet nettement favorable sur la transformation, surtout pour les divergents de grande ouverture. Andres n'avait pas précisé la nature de rotation, bien qu'il eût constaté une amélioration du rendement avec la rotation.

(1) D'après M. J. Ackeret l'importance des conditions à l'entrée était déjà connue dans la Rome antique, puisqu'il y avait une loi interdisant les raccordements avec la conduite d'eau publique sans laisser un tuyau rectiligne assez long. Ainsi, on croyait empêcher que quelqu'un ne tirât illégalement une part trop grande en élargissant le raccordement immédiatement en aval de la prise.

Dans son mémoire, publié en 1931, PATERSON fit un résumé plus ou moins complet des résultats des travaux antérieurs. Il précisa, à ce propos, que la rotation en bloc améliore toujours le rendement de la transformation, tandis qu'une rotation du type vortex libre semble avoir un effet défavorable, sauf pour les rotations extrêmement faibles.

VEDERNIKOFF, NIKURADSE, DEMANTIS, POLZIN ont fait des recherches expérimentales sur les diffuseurs plans alors que EIFFEL, SQUIRE, COTTIGNIES, COPP et les autres chercheurs ont travaillé sur les diffuseurs coniques, mais toujours avec un flux axial.

Jusqu'à ces dernières années il n'y a eu aucun travail sérieux au sujet de l'écoulement giratoire. En 1957, KAUFMANN y consacra une petite partie de ses travaux en expérimentant trois divergents sans mesurer les vitesses. Nous devons encore citer les mesures effectuées dans les aspirateurs des turbines Francis par l'initiative de M. P. CAMPMAS qui a apporté une contribution en ce qui concerne le coefficient de récupération d'un aspirateur coudé.

Après le développement de la théorie de la couche limite turbulente un nouvel horizon semblait s'ouvrir pour la prédiction de la performance des diffuseurs. De nombreux auteurs essayèrent d'établir des méthodes, soit purement théoriques, soit semi-empiriques, en vue de pouvoir calculer la répartition des vitesses dans une section quelconque du diffuseur. La plus satisfaisante de ces méthodes, celle de GRUSCHWITZ, était basée sur le développement de la couche limite turbulente dans un champ de gradient de pression positif. Or, cette méthode n'est utile que dans des conditions très limitées et est inapplicable aux diffuseurs de révolution, surtout près de la séparation, ce qui présente un intérêt pratique primordial.

Plus tard, URAM, ROBERTSON, CLAUSER travaillèrent dans ce domaine. En 1957, D. Ross publia une nouvelle méthode semi-empirique. Récemment FRASER appliqua cette méthode, aux diffuseurs coniques, avec succès. Mais le problème est encore loin d'être résolu.

Nous tenons à citer les travaux, non encore terminés, de M. KLINE et son groupe en Amérique, sur la nature du décollement; mais, déjà, ils relèvent des conclusions remarquables sur un sujet qui est étroitement lié à la performance des diffuseurs.

En somme, bien que les diffuseurs aient été utilisés depuis des siècles, le manque d'information à ce sujet se fait sentir de plus en plus intense au cours des dernières années et oblige les chercheurs à se pencher sur le problème.

3 DÉFINITION DU RENDEMENT ET DE DIVERS COEFFICIENTS

(Cas d'écoulement axial)

Avant d'examiner l'écoulement axial dans les diffuseurs et de faire un exposé de ce qui a été accompli jusqu'à présent dans ce domaine, il est utile de voir en premier lieu les définitions de rendement et des coefficients sans dimensions utilisés par différents auteurs et, en même temps, d'examiner les relations qui existent entre eux.

3,1 **Rendement du diffuseur.**

Comme nous l'avons précédemment dit, nous employons le terme « rendement » exclusivement pour désigner le rendement de la transformation d'énergie. En écoulement axial, la pression étant uniforme dans une section, ceci a pour expression :

$$(1) \qquad \eta = \frac{(p_2 - p_1)\,Q}{\iint_{S_1} \rho \frac{V^2}{2}\,dq - \iint_{S_2} \rho \frac{V^2}{2}\,dq} = \frac{p_2 - p_1}{P_{d_1} - P_{d_2}},$$

soit en faisant intervenir le coefficient d'énergie cinétique :

$$(1a) \qquad \eta = \frac{p_2 - p_1}{\alpha_1 \rho \frac{U_1^2}{2} - \alpha_2 \rho \frac{U_2^2}{2}}.$$

Pour un divergent ayant un rapport de sections $m = \frac{S_2}{S_1}$, on aura :

$$(1\ b) \qquad \eta = \frac{p_2 - p_1}{\rho \frac{U_1^2}{2}\left(\alpha_1 - \alpha_2 \frac{1}{m^2}\right)} = \frac{p_2 - p_1}{\overline{p}_{d_1}\left(\alpha_1 - \alpha_2 \frac{1}{m^2}\right)}.$$

Quand il s'agit d'un divergent suivi d'une canalisation rectiligne la section de sortie peut être considérée soit à la sortie du divergent proprement dit, soit dans la partie rectiligne où, par exemple, la récupération est atteinte au maximum. Bien entendu, les résultats ne sont pas les mêmes dans les deux cas. Ainsi nous désignerons le rendement du *divergent seul* par η_{I} et le rendement du *diffuseur avec tronçon de sortie* par η_{II}.

Par ailleurs, notre définition de pertes de charge, inspirée de l'équation de Bernoulli généralisée, est basée sur la différence des débits d'énergie :

$$(2) \qquad h = \frac{1}{Q}\left[\iint_{S_1}\left(p + \rho \frac{V^2}{2}\right) dq - \iint_{S_2}\left(p + \rho \frac{V^2}{2}\right) dq\right],$$

ce qui n'est autre que la différence des pressions totales dans les deux sections :

$$(2\ a) \qquad h = P_{t_1} - P_{t_2}.$$

Donc la relation entre le rendement et la perte de charge s'écrit, en tenant compte de l'équation de Bernoulli, comme suit :

$$(3) \qquad \eta = 1 - \frac{h}{P_{d_1} - P_{d_2}}.$$

3,2 **Coefficient de pression.**

Ce coefficient se définit par l'expression suivante :

$$(4) \qquad C_p = \frac{p_2 - p_1}{\frac{1}{2}\rho U_1^2}.$$

Remarquons que dans le cas de l'écoulement sans perte d'énergie, ceci devient :

$$C_p = \alpha_1 - \alpha_2 \frac{1}{m^2}.$$

Si, en plus, la répartition des vitesses était uniforme il pourrait se déduire directement de la configuration géométrique, soit :

$$C_{p_i} = 1 - \frac{1}{m^2}, \tag{5}$$

ce qui s'appelle le *coefficient de pression idéal.*

3,3 **Facteur de diffusion.**

Nous voulons exprimer par ce facteur le pourcentage de l'énergie cinétique réduit à travers le divergent :

$$F_d = \frac{P_{d_1} - P_{d_2}}{P_{d_1}} = 1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \cdot \frac{1}{m^2}. \tag{6}$$

Pour le fluide parfait et la répartition uniforme, le coefficient de récupération et le facteur de diffusion ont la même valeur.

3,4 **Efficacité d'un diffuseur.**

Dans le domaine des turbines hydrauliques les ingénieurs ont l'habitude de nommer *le rendement d'aspirateur*, le quotient de la pression récupérée sur la pression dynamique moyenne à l'entrée, ce qui convient mieux à leurs besoins, puisqu'ils considèrent comme perdue l'énergie cinétique à la sortie. En réalité, dans une étude générale, il vaut mieux ne pas employer le terme rendement pour un coefficient qui dépend énormément du rapport des sections.

Nous allons l'appeler donc *l'efficacité du diffuseur*, qui a pour expression :

$$\eta_d = \frac{p_2 - p_1}{P_{d_1}} = \frac{p_2 - p_1}{\alpha_1 \overline{p}_{d_1}}. \tag{7}$$

Il est facile de voir que l'efficacité d'un diffuseur est égale au produit du rendement et du facteur de diffusion :

$$\eta_d = \eta \, . \, F_d = \eta \left(1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \cdot \frac{1}{m^2}\right). \tag{8}$$

D'autre part, on aura la relation simple entre l'efficacité et le coefficient de pression :

$$\eta_d = C_p \cdot \frac{1}{\alpha_1}. \tag{9}$$

Pour fixer les idées sur les ordres de grandeur, considérons un divergent de section circulaire ayant un angle de sommet total $2\,\theta = 7^{o}$ et un rapport des sections $m = 2$. La répartition des vitesses à l'entrée soit celle de la conduite longue ($\alpha_1 \cong 1{,}06$). D'après les expériences de Cottignies le coefficient d'énergie cinétique est de l'ordre de 1,42 (voir *fig.* 12), ce qui donne :

$$F_d = 1 - \frac{1{,}42}{1{,}06} \cdot \frac{1}{4} = 0{,}665 \qquad C_{p_i} = 0{,}75.$$

Tandis que dans les mêmes conditions, si le rapport des sections était 5, nous aurions :

$$F_d = 1 - \frac{1{,}55}{1{,}06} \cdot \frac{1}{25} = 0{,}942 \qquad C_{p_i} = 0{,}96.$$

3,5 **Rendement converti.**

Certains auteurs (Ackeret, Winternitz) ont préféré d'employer le rendement sous la forme :

$$\eta_{conv} = \frac{p_2 - p_1}{\rho \frac{U_1^2}{2}\left[\alpha_1 - \left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2\right]} = \frac{C_p}{\alpha_1 - \frac{1}{m^2}}, \tag{10}$$

ceci vient à admettre $\alpha_2 = 1$ et présente deux avantages à savoir qu'on évite les mesures des vitesses à la sortie qui sont souvent très difficiles à faire et que, de cette façon, la mauvaise distribution de vitesse à la sortie sera automatiquement attribuée à la mauvaise qualité du diffuseur.

3,6 **Coefficient de perte de charge.**

En ventilation, où le divergent est un élément de circuit, il est avantageux de pouvoir exprimer les pertes de charge de tous les éléments au moyen des coefficients de même type, soit :

$$K = \frac{h}{\rho \frac{U^2}{2}} = \frac{P_{t_1} - P_{t_2}}{p_{d_1}}, \tag{11}$$

de cette façon on peut calculer la perte de charge totale en connaissant les coefficients et le débit. Mais, pour un divergent, ce coefficient varie avec le rapport de sections m, c'est pourquoi il y a intérêt à employer un coefficient qui varie moins, tel que le quotient se référant à la perte de charge Carnot :

$$\mathcal{K} = \frac{h}{p_{d_1} - p_{d_2}} = \frac{h}{\rho \frac{U_1^2}{2}\left(1 - \frac{1}{m^2}\right)}. \tag{12}$$

3,7 **Rendement simple.**

Si dans la relation (1 *a*) les coefficients d'énergie cinétique sont pris également à l'unité (autrement dit, si la vitesse est considérée constante dans une section), le rendement se simplifie :

(13) $$\eta_s = \frac{p_1 - p_2}{\rho \frac{U_1^2}{2}\left(1 - \frac{1}{m^2}\right)}.$$

L'écart du rendement réel dépend bien entendu de la non uniformité de la répartition des vitesses. Par exemple, pour un divergent intercalé entre deux conduits, si celui de l'amont est suffisamment long α_1 est voisin de 1,06. D'autre part, d'après PETERS, dans la section de pression maximale du conduit de restitution, la courbe de répartition des vitesses est un peu plus aplatie que la distribution du régime turbulent établi, soit $\alpha_2 = 1{,}03$, par conséquent lorsque $m = 2$ le rapport de deux rendements est :

$$\frac{\eta}{\eta_s} = \frac{1 - \frac{1}{m^2}}{\alpha_1 - \alpha_2 \frac{1}{m^2}} \simeq 0{,}935.$$

On peut aussi arriver à l'expression (13) en définissant le rendement simple comme le quotient du coefficient de pression actuel sur le coefficient de pression idéal :

(14) $$\eta_s = \frac{C_p}{C_{p_i}} = \frac{p_2 - p_1}{\rho \frac{U^2}{2}\left(1 - \frac{1}{m^2}\right)}.$$

4 INFLUENCE DES DIVERS FACTEURS SUR LA PERFORMANCE D'UN DIFFUSEUR

On sait que, selon les caractéristiques géométriques du divergent et les conditions d'entrée, le rendement ainsi que les autres éléments caractérisant le comportement du diffuseur, varient considérablement. Avant d'entrer dans l'étude en détail, faisons une classification des facteurs qui pourraient influencer le comportement en général :

1° *Propriétés géométriques.*

A. — Angle de divergence.

B. — Rapport de l'aire de la section de sortie à celle de la section d'entrée (ou la longueur du divergent).

C. — Forme de la section transversale.

D. — Forme longitudinale de la paroi.

E. — Forme de l'axe (droit, coude, etc.).

F. — Rugosité de la paroi.

2° *Conditions d'entrée.*

A. — Répartition des vitesses et épaisseur de la couche limite à l'entrée.

B. — Inclinaison des vitesses (rotation).

C. — Nombre de Reynolds.

D. — Intensité de la turbulence.

3° *Mesures spéciales* (aspiration ou soufflage de la couche limite, introduction des parois supplémentaires, etc.).

En tenant compte des difficultés qui se présentent en étudiant toutes les combinaisons possibles des variables ci-dessus et, faute de place dans le cadre du présent travail, nous nous bornerons aux cas qui représentent un intérêt pratique ou qui sont utiles pour la comparaison de nos résultats.

Nous nous proposons de passer en revue les résultats des recherches intéressantes à ce sujet, en essayant de les comparer et de les présenter d'une façon plus utilisable pour la pratique.

Aussi faut-il traiter, sinon citer, certains problèmes généraux tels que : le décollement, accroissement de la couche limite, etc., afin de pouvoir bien évaluer les résultats expérimentaux. Ces sujets sont insérés dans les paragraphes qui s'y rapportent et qui traitent, en outre, les effets des divers facteurs.

PROPRIÉTÉS GÉOMÉTRIQUES

A. — **Angle de divergence.**

Cas de la longueur du divergent constante.

Pour pouvoir suivre l'influence de l'angle de divergence considérons l'expression (3) du rendement :

(3) $$\eta = 1 - \frac{h}{P_{d_1} - P_{d_2}}.$$

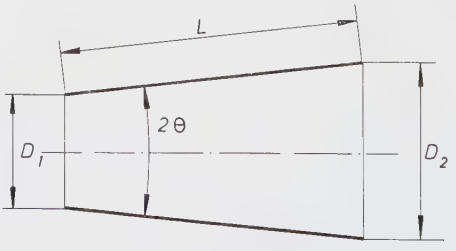


Fig. 1

Faisons varier l'angle total 2 θ à partir de zéro jusqu'à 180° tout en gardant la longueur L du divergent fixe (*fig.* 1). Pour les très petites ouvertures voisines de zéro la perte de charge sera encore sensiblement celle d'un tronçon de conduit, donc une

grandeur positive et limitée, alors que $P_{d_1} - P_{d_2}$ prend une valeur infiniment petite. Par conséquent, il existe une ouverture au-dessous de laquelle le rendement est négatif.

En d'autres mots, un divergent droit ne devient un véritable diffuseur qu'à partir d'une certaine ouverture. Cette ouverture, que nous appellerons ouverture minimale $2\,\theta_{min}$ dépend essentiellement de la répartition des vitesses et de la rugosité de la paroi.

L'expérience montre que le rendement continue à croître jusqu'à un angle de l'ordre de 5°-8° puis diminue de nouveau.

La raison en est que, pour les grands angles, l'influence d'une autre source de perte de charge commence à se faire sentir de plus en plus fortement. Nous appelons l'ouverture en question l'angle de rendement optimal pour longueur constante. Si l'on continue à augmenter l'ouverture, on constate une diminution rapide entre 12 et 30°

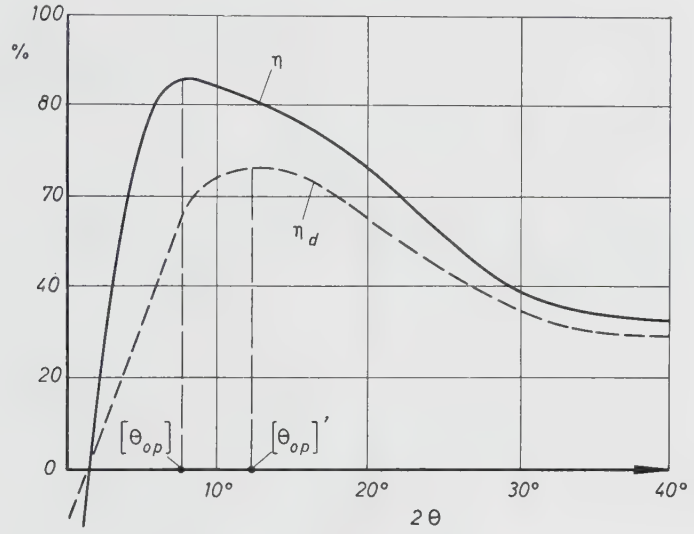


Fig. 2

puis le rendement reste sensiblement constant. L'explication de cette allure peut se faire en ayant recours au phénomène de décollement.

Quant à l'efficacité d'un divergent de longueur constante, elle représente à peu de chose près la même allure. Elle est nulle à la même divergence $2\,\theta_{min}$ pour laquelle il n'y a pas de récupération de pression. D'autre part, étant donné que le facteur de diffusion F_d est, en général, plus petit que l'unité, la relation (8) nous conduit à la conclusion suivante : la courbe représentant l'efficacité sera toujours en dessous de la courbe de rendement, sauf pour $\theta < \theta_{min}$ (les allures générales des deux courbes sont présentées sur la *fig.* 2).

Lorsque le divergent se réduit à un tronçon de conduit rectiligne η_d a également une valeur négative mais limitée. On peut même calculer aisément cette valeur dans le cas où le profil d'entrée est celui du régime établi :

$$\eta_d = \frac{p_2 - p_1}{\alpha_1 \rho \frac{U_1^2}{2}} = -\frac{\lambda}{D} \frac{L \rho \frac{U_1^2}{2}}{\alpha_1 \rho \frac{U_1^2}{2}} = -\frac{\lambda}{\alpha_1} \cdot \frac{L}{D}.$$

Dans les mêmes conditions d'entrée, en supposant que les pertes de charge correspondent encore à celles de la canalisation longue, θ_{min} peut être calculé.

Pour que η soit nul il faut :

$$h = P_{d_1} - P_{d_2} = \left(\alpha_1 - \frac{\alpha_2}{m^2}\right) \rho \frac{U_1^2}{2}.$$

En admettant encore $\alpha_1 = \alpha_2$, et en négligeant l'influence de la variation de D sur λ, on aboutit à la relation suivante :

$$\sin \theta = \frac{D_1}{2L} \left(\frac{1}{\sqrt[4]{1 - \frac{\lambda L}{D_1 \alpha}}} - 1 \right).$$

Comme on le voit sur la *figure* 2 le rendement maximal a lieu pour une divergence inférieure à celle de l'efficacité maximale.

On peut le démontrer par le raisonnement suivant :

— prenons d'abord les logarithmes, ensuite les dérivées partielles par rapport à θ des deux membres de l'équation (8), on aura donc :

$$\eta_d = \eta \cdot F_d,$$

$$\text{Lg } \eta_d = \text{Lg } \eta + \text{Lg } F_d,$$

$$\frac{\partial \text{ Lg } \eta_d}{\partial \theta} = \frac{\partial \text{ Lg } \eta}{\partial \theta} + \frac{\partial \text{ Lg } F_d}{\partial \theta},$$

d'où :

$$\frac{1}{\eta_d} \cdot \frac{\partial \eta_d}{\partial \theta} = \frac{1}{\eta_d} \frac{\partial \eta}{\partial \theta} + \frac{1}{F_d} \cdot \frac{\partial F_d}{\partial \theta},$$

or, si l'on fait :

$$\frac{\partial \eta_d}{\partial \theta} = 0,$$

on obtient :

(15)
$$\frac{1}{\eta} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial \theta} = - \frac{1}{F_d} \cdot \frac{\partial F_d}{\partial \theta},$$

F_d, $\frac{\partial F_d}{\partial \theta}$, η étant positif, la dérivée partielle du rendement pour l'angle d'efficacité maximale sera négatif. C'est-à-dire que la courbe du rendement est descendante en ce point; ceci indique que pour une valeur de $\frac{L}{D}$ donnée, l'angle d'efficacité maximale est plus grand que l'angle de rendement maximal :

(16)
$$[\theta_{op}]' > [\theta_{op}].$$

D'autre part, une autre propriété de la courbe d'efficacité peut être obtenue en considérant l'équation (7) et (11) en même temps, ce qui donne :

$$\eta = \frac{P_{d_1} - P_{d_2}}{P_{d_1}} - \frac{h}{P_{d_1}} = \left(1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1}\frac{1}{m^2}\right) - \frac{h}{\alpha \bar{p}_{d_1}},$$

(17) $$\eta = F_d - \frac{K}{\alpha_1}.$$

Lorsque l'efficacité est maximale, on a :

$$\frac{\partial \eta_d}{\partial \theta} = 0,$$

par conséquent, en vertu de (17), il vient :

$$\frac{\partial F_d}{\partial \theta} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial k}{\partial \theta},$$

donc au voisinage de l'efficacité maximale, la variation du coefficient de perte de charge doit être égale à la variation du facteur de diffusion (en admettant α voisin de 1).

Courbes expérimentales.

En se référant aux résultats de MM. Cochran et Kline (réf. [10] et [11]) nous pouvons donner les courbes caractéristiques typiques pour un divergent droit à section rectangulaire. Sur la *figure* 3 sont tracées trois courbes représentant les variations du rendement, de l'efficacité et du coefficient de perte de charge d'un diffuseur plan dont la longueur est constante et égale à huit fois la largeur d'entrée.

Notons que les définitions du rendement et les autres coefficients ne correspondent pas exactement aux nôtres. Pourtant les formes générales des courbes sont encore analogues.

Cas du rapport de sections constant.

Dans tout ce qui précède nous avons considéré le cas où la longueur du divergent est constante. On pourrait aussi varier l'ouverture tout en fixant le rapport de section m. La courbe représentant le rendement en fonction de l'angle de divergence pour un rapport de sections donné, ne diffère pas beaucoup de celle représentée sur la *figure* 2.

Pour les grandes ouvertures la séparation étant totale l'accroissement de l'angle n'influe plus ni sur le rendement ni sur l'efficacité : car dans cette condition les pertes restent les mêmes, elles sont égales à celles de l'élargissement brusque (pertes de Carnot-Borda).

A noter que, dans ce cas, l'angle de rendement maximal ne sera pas différent de l'angle d'efficacité maximale contrairement au cas précédent, puisque le facteur de diffusion ne varie pratiquement pas pour cet intervalle.

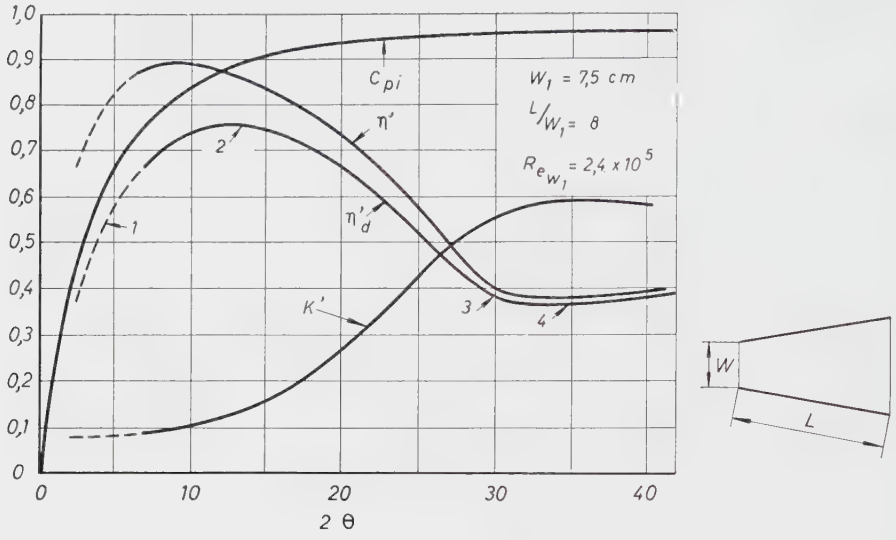


Fig. 3. — Influence de l'angle de divergence. Divergents plans

Expériences de « Cochran » (réf. [10] et [11])

$$\eta'_{\bar{d}} = \frac{p_2 - p_1}{\frac{1}{S_1}\iint_{S_1} p_{\bar{d}}\, d\sigma} \qquad K' = \frac{(p_1 + p_{\bar{d}_1}) - (p_2 - p_{\bar{d}_2})}{p_{\bar{d}_1}} \qquad \eta' = \frac{p_2 - p_1}{\frac{1}{S_1}\iint_{S_1} p_{\bar{d}}\, d\sigma - \frac{1}{S_2}\iint_{S_2} p_{\bar{d}}\, d\sigma}$$

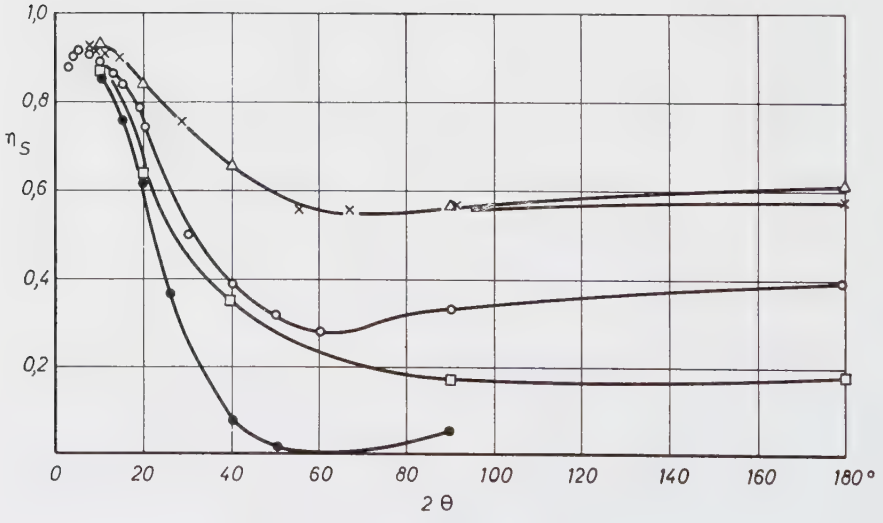


Fig. 4. — Variation du rendement avec l'angle de divergence m = C^{te}

× Peters : m = 2,34, section circulaire; △ Gibson : m = 2,25, section circulaire;
○ Gibson : m = 4,00, section circulaire; □ Gibson : m = 9,00, section circulaire;
● Gibson : m = 9,00, section rectangulaire

Résultats expérimentaux.

Nous présentons sur la *figure* 4 les résultats des expériences de Gibson et Peters qui indiquent les variations du *rendement simple*, en fonction de l'ouverture, pour quatre valeurs de rapport de sections (réf. [2], [3], [6]). Il faut remarquer que les divergents en question, pour ces essais, étaient intercalés entre deux canalisations. Or, nous savons bien depuis Gibson que la transformation en pression n'est pas terminée dans la section finale du divergent proprement dit et que, si le divergent est suivi d'un conduit, on constatera un accroissement de pression jusqu'à deux ou six diamètres en aval; donc le rendement simple d'un pareil diffuseur sera supérieur à celui d'un divergent seul de mêmes dimensions. On donnera, plus loin, une idée sur l'ordre de grandeur de cette différence.

Notons encore que dans les expériences de Gibson la longueur du conduit amont était égale à 2 D.

Séparation.

Il est bien connu que les pertes dans un divergent dépendent dans une grande mesure de la nature de l'écoulement. Si, par exemple, un décollement important se produit, on constate une diminution du rendement. En 1926, Vedernikoff fut le premier à étudier, par visualisation, le développement du phénomène de décollement dans un diffuseur plan, en variant l'angle de divergence (réf. [4]).

Puis, plusieurs auteurs ont essayé de lier ce phénomène à l'évolution de la perte de charge; nous reviendrons plus loin sur ce problème. Nous voulons citer ici la contribution apportée récemment par M. J. Kline au sujet de la séparation dans les divergents.

D'après Kline (réf. [12]), on distingue quatre phases dans le régime de l'écoulement dans un divergent dont l'angle est varié graduellement, à savoir que :

1° lorsque l'angle de divergence est très faible, il n'existe aucun décollement appréciable, le fluide suit parfaitement les parois;

2° pour une ouverture un peu plus forte, il se produit de nombreux petits décollements transitoires qui varient en forme, en lieu et en nombre dans le temps. Ce régime représente une fluctuation forte et une instabilité;

3° si l'on continue à augmenter l'ouverture après une certaine valeur, on atteint la séparation établie. Dans ce régime, une grande partie du diffuseur est occupée d'un fluide mort ou d'une zone de circulation, ce qui sépare l'écoulement actif de la paroi. Cette zone s'étend depuis la section de sortie jusqu'au voisinage de l'entrée. Mais l'écoulement est relativement stable et suit la paroi opposée;

4° pour une très grande ouverture le fluide se sépare des deux parois en même temps et un jet bien déterminé se forme. La séparation commence un peu en aval de la gorge (*fig.* 5).

Les valeurs des ouvertures qui séparent les régimes mentionnés ci-dessus, dépendent principalement de la longueur du divergent et aussi, dans une certaine mesure, des conditions à l'entrée.

Pour bien fixer les idées nous reproduisons d'abord sur la *figure* 6 le graphique donné par KLINE pour les conditions suivantes :

— couche limite mince à l'entrée;

— en dehors de la couche limite, répartition des vitesses très aplatie;

en aval, le divergent est suivi d'un conduit;

écoulement bidimensionnel.

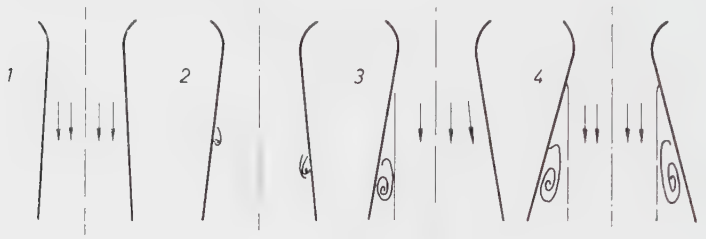


Fig. 5

La ligne *a-a* sépare la région du régime (1) de celle du régime (2), c'est-à-dire qu'en dessous de cette ligne il n'y a pas de décollement appréciable. La ligne *b-b* marque le commencement du régime (3); au-dessus de cette ligne la séparation est établie. En

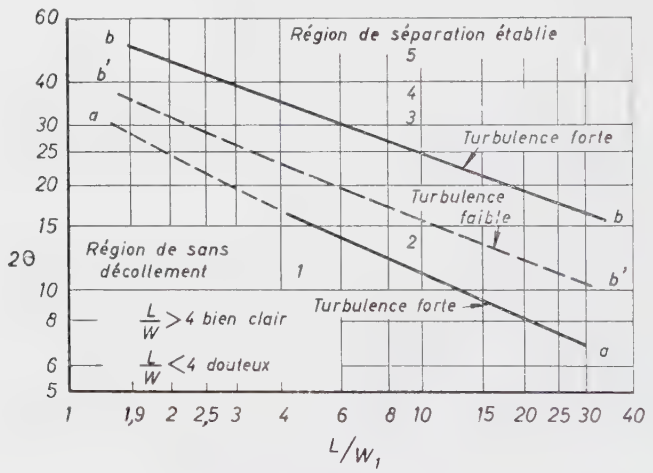


Fig. 6

raison de sa faible importance pour les diffuseurs, la limite du régime (4) n'est pas présentée sur le graphique.

Un fait très intéressant à remarquer ici est que l'épaisseur de la couche à l'entrée paraît avoir une influence très faible, si elle n'est pas négligeable, sur les régimes de l'écoulement en question. Ce résultat, assez surprenant, a été aussi vérifié par les expériences de NORBURY et URAM (réf. [19]). Une explication de ce résultat étrange réside probablement, selon KLINE, dans le fait que l'effet retardateur, dû au gradient de pression positif relativement fort, camoufle l'effet du développement antérieur de la couche limite par comparaison à ce qui se passe dans le cas de gradient de pression négatif ou nul. Remarquons que tout ceci ne revient pas à dire que les pertes de charge

ne sont pas influencées par la couche limite à l'entrée. Au contraire, comme nous le verrons ci-après, la récupération ainsi que le rendement dépendent largement de l'épaisseur de la couche limite à l'entrée du divergent.

Signalons encore que l'influence du nombre de Reynolds et celle du rapport de la largeur à la hauteur dans la section, ne sont pas notables.

Conditions de récupération optimale ou l'angle de meilleur rendement.

En parlant de la récupération optimale, il ne faut pas perdre de vue que la réponse change suivant que l'on fixe le rapport des sections ou la longueur du divergent. En effet, on remarquera que même certains auteurs d'articles remarquables se sont trompés sur ce point. C'est pourquoi il nous a paru utile de chercher à préciser chaque cas séparément :

a) *Meilleure efficacité pour une longueur donnée.*

Cela revient à déterminer l'angle donnant la récupération maximale; autrement dit l'angle [$2\,\theta_{op}$] sur les *figures* 2 et 3. Cet angle varie suivant la longueur du diffuseur.

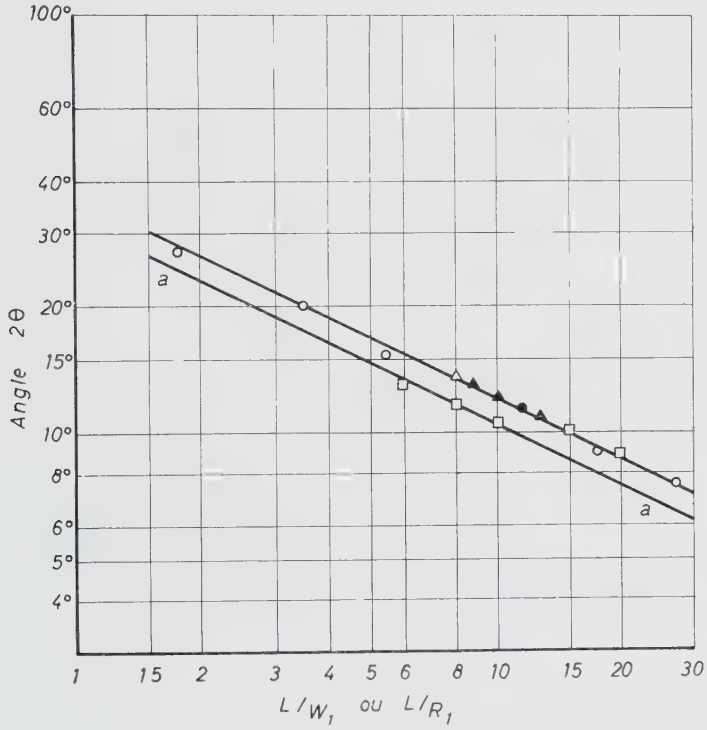


Fig. 7. — Corrélation entre l'angle de la récupération optimale et la longueur du divergent

Gibson : divergent conique avec conduit aval;
Reid : divergent plan; ▲ Yedernikoff : divergent plan;
Cochran : divergent plan; ● Waitman : divergent plan.

Kline a compilé les résultats des différents expérimentateurs, que nous présentons sur la *figure* 7. En abscisse ont été portées les longueurs relatives; soit $\frac{L}{W_1}$ pour les diffuseurs plans et $\frac{L}{R_1}$ pour les diffuseurs coniques, W étant la largeur et R le rayon

à l'entrée. On voit que les points expérimentaux se groupent grossièrement autour d'une ligne. De plus, cette ligne est parallèle à la ligne *a-a* qui marque le commencement du régime des petits décollements. En d'autres termes, la récupération optimale a lieu juste après le régime pour lequel, par suite des décollements, les pertes s'accentuent brusquement. Il est intéressant de constater que les divergents plans et coniques soient présentés sur un même graphique donnant le même résultat.

b) *Meilleur rendement pour une longueur constante.*

Il s'agit de déterminer l'angle de divergence correspondant au rendement maximal sur les graphiques des *figures* 2 et 3. Gibson (réf. [2], [3]) et Reid (réf. [20]) ont montré que cet optimum a lieu au voisinage de 7° pour tous les divergents, pourvu qu'ils ne soient pas trop courts. Ici encore, les divergents coniques se comportent de la même façon que les divergents plans.

Rappelons qu'un minimum de perte de charge par unité de pression récupérée aurait la même solution.

c) *Meilleure efficacité pour un rapport de sections donné.*

La courbe de l'efficacité présente une partie très aplatie au voisinage du maximum (voir *fig.* 8). Or, tant que la longueur et l'angle s'arrangent de façon à ce que le point représentatif reste en dessous de la ligne *a-a*, sur la *figure* 7, presque n'importe quelle longueur peut être choisie sans différence appréciable. En effet, étant donné le manque de certitude des résultats expérimentaux, une augmentation de longueur dans cette région, en vue d'améliorer la récupération, ne paraît pas être justifiée. Or, il est à conseiller d'utiliser le graphique des séparations des régimes.

Le meilleur rendement simple coïncide exactement avec la meilleure efficacité lorsque le rapport de section est constant; pour la raison que le dénominateur du quotient donnant le rendement est aussi constant. Par conséquent, le raisonnement que nous venons de faire est valable encore pour la détermination de l'angle de meilleur rendement.

A ce sujet, nous voulons mentionner les expériences de M. Squire (réf. [16]), dont les résultats, reproduits ci-après (tabl. I), indiquent que le rendement simple d'un diffuseur conique varie extrêmement peu dans l'intervalle $2\theta = 5°\text{-}10°$, ce qui rend impossible la détermination précise de l'angle optimal.

Tableau I

Diffuseurs coniques avec tuyau de restitution
$m = 4$

2θ	4°	5°	6°	8°	10°	
Rendement simple ...	89	89	89	89	—	$R_e = 10^5$.
%	91	91	92	90	—	$R_e = 10^6$.

Remarque.

Le rendement correct et le rendement simple donnent la même solution en ce qui concerne l'angle optimal, parce que dans l'intervalle considéré, le coefficient d'énergie cinétique variant très peu, son influence est négligeable.

d) Meilleure combinaison géométrique.

On a parlé, précédemment, de l'angle optimal donnant l'efficacité maximale pour une longueur donnée. Quand on change la longueur, on obtient un autre angle optimal. On pourrait encore se demander pour quelle combinaison de longueur et d'angle, la récupération serait maximale. Il est regrettable que ceci n'ait pas été étudié. Toutefois, on peut l'estimer assez exactement. Car la récupération pour une ouverture constante augmente avec la longueur; d'autre part, le meilleur angle pour la longueur constante étant, au point de vue rendement, 7°, la solution serait théoriquement un diffuseur dont l'ouverture est de 7° et la longueur infinie. Mais le divergent de 7° donne lieu à un écoulement instable s'il est très long. Donc il vaut mieux prendre une longueur limitée ne permettant pas de dépasser la ligne *a-a* sur le graphique de la *figure* 7, soit $\frac{L}{W_1} = 25\text{-}30$.

Remarques.

1° Dans l'ouvrage de M. Cottignies (réf. [21]) on indique, en se référant aux expériences de Vedernikoff, qu'un divergent à section rectangulaire comportant deux parois parallèles donnerait un rendement maximal lorsque l'angle de divergence est 14°. Tandis que pour les divergents coniques le rendement maximal correspondrait à un angle variant, suivant les expérimentateurs, de 5°,30 à 8°.

On voit tout de suite que ceci est en contradiction avec ce que nous venons de dire, dans ce sens que le divergent plan ne doit pas se comporter différemment au point de vue de l'angle optimal. En réalité, un examen plus détaillé du travail de Vedernikoff (réf. [4]) montre que l'angle optimal en question était celui de meilleure efficacité pour la longueur constante. Comme l'efficacité maximale apparaît, dans ce cas (voir *fig.* 2), pour une ouverture plus grande que celle correspondant au rendement maximal, l'écart apparent trouve son explication.

Il est pourtant étonnant que M. Cottignies (réf. [21]) ainsi que M. N. Patterson (réf. [13]) semblent avoir ignoré le rôle important de la façon dont on varie l'angle, puisqu'ils ne le précisent pas dans les renseignements qu'ils donnent.

2° Un autre procédé assez factice, pour déterminer l'angle optimal, consiste à séparer les pertes en deux parties, à savoir : les pertes par frottement et les pertes par diffusion.

Les premières se calculent comme si le divergent était composé de tronçons de conduits rectilignes infiniment petits, mais de diamètres différents, en utilisant pour chaque élément le coefficient de perte de charge de conduit selon la rugosité et le nombre de Reynolds. Les pertes de charge de diffusion peuvent être obtenues par la généralisation des pertes de charge de l'élargissement brusque dit de Carnot-Borda. Lorsque l'angle de divergence est très petit ou très grand, c'est-à-dire qu'il est voisin de l'une des deux positions limites, soit conduit rectiligne, soit élargissement brusque, on peut

encore, à notre avis, déterminer les pertes totales en faisant la somme des deux types de pertes séparément calculées. Mais, au contraire, il serait inutile de chercher à trouver une formule simple qui soit valable dans l'intervalle entier. Car le mécanisme de l'écoulement, par exemple pour 20° d'ouverture, est si complexe qu'on ne peut guère appliquer la notion de frottement simple et faire une séparation.

A titre d'exemple nous donnons le calcul présenté dans l'ouvrage de M. W. F. Durand :

- soit un divergent conique de longueur L, les pertes par frottement s'écrivent :

$$h_f = \int_1^2 \frac{\rho\, U^2}{2} \cdot \lambda \frac{dL}{D},$$

en posant $dL = \dfrac{dD}{2 \operatorname{tg} \theta}$ et faisant les opérations nécessaires, on trouve :

$$h_f = \frac{\rho\, U_1^2}{2} \cdot \frac{\lambda}{8 \operatorname{tg} \theta} \left(1 - \frac{1}{m^2}\right). \tag{18}$$

D'autre part, pour les pertes de diffusion Fliegner propose la formule suivante :

$$h_d = \frac{\rho\, U_1^2}{2} \left(1 - \frac{1}{m}\right)^2 . \sin 2\,\theta, \tag{19}$$

les pertes totales :

$$\Sigma\, h = \frac{\rho\, U_1^2}{2} \left[\frac{\lambda}{8 \operatorname{tg} \theta} \left(1 - \frac{1}{m^2}\right) + \sin 2\,\theta \cdot \left(1 - \frac{1}{m}\right)^2 \right], \tag{20}$$

pour un rapport de sections constant, en dérivant par rapport à θ on obtient la condition optimale, soit pour $m = 2$:

$$\frac{3}{16} \lambda = \cos 2\,\theta \cdot \sin^2 \theta,$$

ce qui donne :

$$\theta_{op} = 7°,2,$$

une valeur raisonnable.

B. — **Influence du rapport des sections et de la longueur.**

Nous avons déjà vu en partie ces deux effets lors de l'étude de l'influence de l'angle. En réalité, ces trois facteurs sont étroitement liés l'un à l'autre de sorte qu'il est possible, en se basant sur une étude expérimentale complète, de les exprimer sur un même graphique, tel qu'on voit sur les *figures* 8 *a* et 8 *b*.

Ces figures donnent les courbes des collines représentant, dans l'un, le rendement simple et, dans l'autre, le coefficient de pression, d'après Reid (réf. [20]). En abscisse est portée la longueur relative $\dfrac{L}{W_1}$, et, en ordonnée, le rapport m. Sur les mêmes graphiques les points correspondant à une ouverture constante sont indiqués par les lignes ponctuées. Ayant ces graphiques, il est aisé de déterminer le rendement et le coefficient de pression d'un diffuseur plan quelconque de dimensions données, qui a, bien entendu, la même condition d'entrée.

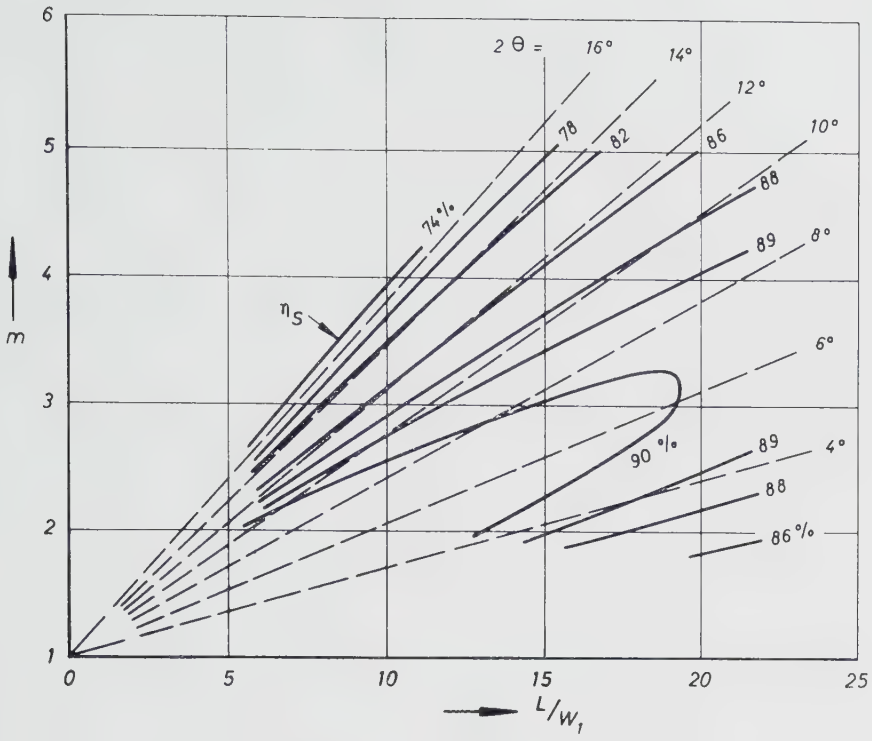


Fig. 8 *a*

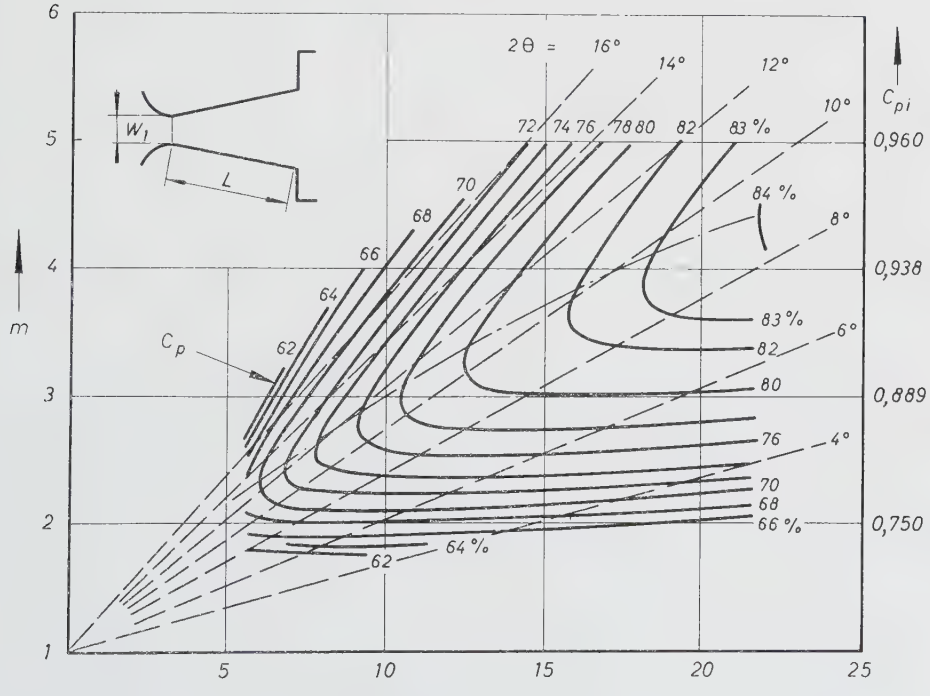


Fig. 8 *b*

Caractéristiques des diffuseurs plans, d'après Reid

Avant d'examiner ces graphiques nous croyons utile de réserver une parenthèse pour les divergents plans en vue de donner les détails des travaux de M. E. G. Reid à qui nous devons l'étude plus ou moins complète des diffuseurs plans.

Diffuseurs plans

Jusqu'à présent, trois intéressants travaux ont été publiés à ce sujet. Les deux premiers, ceux de Gibson et de Vedernikoff, se rapportent à des diffuseurs ayant une section carrée à l'entrée. Le dernier, celui de Reid, résume les deux premiers et cherche à combler les lacunes. En outre, Reid, afin de pouvoir s'assurer d'obtenir un écoulement bidimensionnel, a voulu éliminer l'effet des parois latérales et, dans ce but, a choisi une section rectangulaire très aplatie. C'est-à-dire que la distance entre les parois parallèles était très grande par rapport à la hauteur (la *fig.* 9 donne le schéma d'installation).

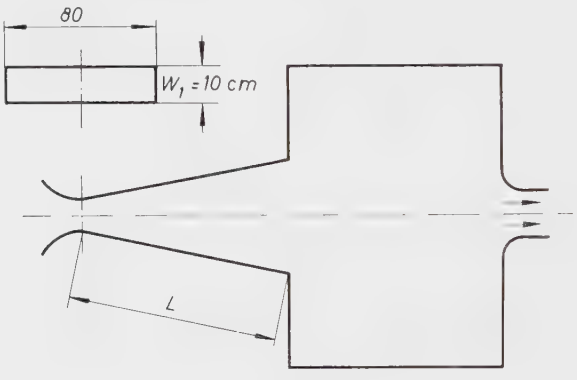


Fig. 9

Les divergents qui variaient en longueur et en ouverture étaient précédés d'un convergent et suivis d'une chambre d'aspiration. Pendant tous les essais, la pression dynamique, donc le débit, ont été maintenus constants.

Le rapport $\frac{L}{W_1}$ variait de 5,5 à 21,75 et le rapport m de 2 à 5.

La comparaison des caractéristiques des diffuseurs plans expérimentés par différents chercheurs, est donnée dans le tableau II. Les seules expériences, dans lesquelles l'influence de la longueur a été étudiée en gardant le rapport m constant, sont celles de Gibson. Cependant les expériences de Reid couvrent une gamme de longueur si étendue qu'il est possible de déterminer l'influence de $\frac{L}{W_1}$ pour $m = C^{te}$.

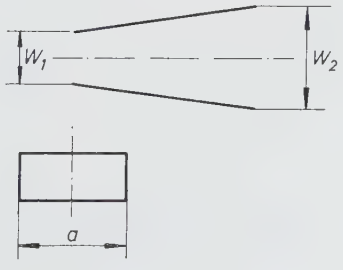
Constatations et conclusions.

1° L'écoulement dans le divergent est stable, irrégulier ou instable selon la longueur et l'angle de divergence. Pour une longueur constante l'écoulement stable peut subsister, avec l'augmentation de l'angle, jusqu'à ce que le coefficient de pression ait atteint sa valeur maximale; immédiatement après, l'instabilité devient appréciable et

TABLEAU II

Expériences relatives aux diffuseurs plans

	L/W_1	2θ	m	a/W_1	a/W_2
GIBSON (1910-11)	2,4-7,2	10-30	2,25	1,0	0,44
	4,4-34,4	5-40	4	1,0	0,25
	5,7-45,9	10-90	9	2,25	0,25
VEDERNIKOFF (1926)	1,0	0,26	1,0-7,77	1,0	1,0-0,13
NIKURADSE	33,3	0-8	1,0-5,65	25	25-4,42
DEMONTIS (1936)	3,5	0-31	1,0-2,94	1,0	1-0,34
POLZIN (1940)	15	0-44	1,0-11,9	1,0	1-0,084
REID (1953)	5,5	8,0-17,4	1,75-2,62	8	4,57-3,04
	7,75	6,0-18,9	1,8-3,5	8	4,45-2,6
	11,00	5,4-15,9	2,0-4,0	8	4,0-2
	15,25	3,8-15,2	2,0-5,0	8	4,0-1,6
	21,75	2,7-10,7	2,0-5,0	8	4,0-1,6
MILLIAT (1956)	86,6	2 4 6		26,6	



l'écoulement se transforme en un état de plein remous et de tourbillons. Ce qui s'accorde parfaitement avec l'hypothèse de M. Kline, citée précédemment.

2° Le rendement simple du diffuseur est une fonction de la longueur $\frac{L}{W}$, et du rapport m. On peut facilement remplacer un de ces paramètres par l'angle de divergence. Toutes ces influences peuvent être présentées, comme nous l'avons dit, sur un diagramme dont l'utilisation nous permet de déterminer facilement les différents optimaux.

On voit de la *figure* 8 *a* que le rendement maximal pour un diffuseur de longueur constante a lieu toujours entre 6°-7°. De plus, la valeur du rendement simple pour cette ouverture diminue quand croissent la longueur et le rapport m.

3° L'examen du diagramme de la *figure* 8 *b* montre que le maximum du coefficient de pression est obtenu, à $\frac{L}{W}$, constant, pour une ouverture variant de 9 à 12, les grands angles correspondant aux diffuseurs courts; ceci évidemment dans les limites des essais $\left(\frac{L}{W}\right.$, étant entre 5,5-21,75$\left.\right)$.

Une autre conclusion remarquable qui a été faite par Reid, dérive de la comparaison des deux diagrammes : bien que le rendement du diffuseur diminue avec la longueur, le coefficient C_p augmente continuellement. Notons que la diminution du rendement avec la longueur n'est vraie que pour les diffuseurs longs; nous reviendrons plus loin sur ce problème d'une façon plus détaillée.

4° Si l'on suit la variation de C_p pour $m = C^{te}$ on voit qu'après une certaine valeur de $\frac{L}{W}$, la courbe devient très aplatie et, par conséquent, il est extrêmement difficile de préciser un optimum, surtout si l'on se rend compte de la précision des mesures. C'est pourquoi, en pratique, il vaut mieux prendre l'angle le plus favorable dans cette zone. Autrement dit, tant que l'angle ne dépasse pas la valeur pour laquelle la courbe décroît brusquement, la longueur peut être diminuée sans effet appréciable sur la perte de charge. Ce raisonnement est analogue à celui que nous avons fait en parlant de la meilleure ouverture pour un rapport de section constant.

5° Afin de faire une comparaison directe, Reid a mis les résultats de Gibson sous la même forme que les diagrammes des *figures* 8 *a* et 8 *b*. Il a constaté que les formes générales des courbes de collines sont comparables. La différence principale, selon lui, réside dans le fait que le meilleur angle, au point de vue rendement, pour une longueur constante, est légèrement plus grand dans le cas des résultats de Gibson. Ce qui pourrait être attribué à deux différences essentielles qui existaient entre les installations, à savoir que les diffuseurs de Gibson comportaient un conduit aval et qu'en même temps l'écoulement n'était pas rigoureusement bidimensionnel. La deuxième cause, à notre avis, est exclue, puisque les résultats de Reid concordent avec ceux concernant les diffuseurs coniques en ce qui concerne le rendement optimal.

Remarque.

Dans les expériences de Reid, étant donné la couche limite très mince à l'entrée, le coefficient C_p est pratiquement égal à l'efficacité [voir la relation (9)].

Évolution du rendement et du coefficient de pression le long du diffuseur.

Le coefficient de pression idéal doit suivre l'évolution de l'aire des sections, donc, pour un diffuseur conique, x montrant la distance axiale, on a :

$$C_{p_i} = 1 - \frac{1}{m^2} = 1 - \frac{D_1^2}{(D_1 + 2\,x\,\mathrm{tg}\,\theta)^2}. \tag{21}$$

Quant au coefficient de pression actuel, celui-ci ne présente pas la même allure. L'expérience montre, qu'à l'entrée il existe une zone de transition où la pression n'augmente guère, puis après une certaine distance, la récupération étant très rapide, la courbe semble se rapprocher de la courbe théorique. Plus loin le gradient de pression opposé commence à diminuer comme dans le cas de la courbe théorique. Il s'ensuit que dans un diffuseur long la partie la plus efficace se trouve ni en amont ni en aval, mais limitée grossièrement entre deux surfaces dont les distances à l'entrée sont $\frac{D}{2}$ et 3 D.

La *figure* 10 montre la pression mesurée le long d'un divergent conique à 7°,5 (réf. [22]). Le rendement simple d'un pareil diffuseur, dans un tronçon très voisin de l'entrée, est médiocre, puis s'améliore avec la distance et reste presque constant ou diminue légèrement suivant l'expérimentateur. La *figure* 11 indique, d'après Robertson et Ross, pour trois diffuseurs ayant l'ouverture 5°, 7°,5, 10°, le rendement simple en fonction de la distance à l'entrée.

Ici, conformément à ce que nous nous y attendions, pour deux diffuseurs de petite ouverture (5° et 7°,5), le rendement simple commence par augmenter puis au-delà de 2 D de distance il ne varie pratiquement pas.

Cette constatation a été aussi confirmée par Winternitz et Ramsay (réf. [18]). Par contre, le diffuseur de 10° présente un aspect bien contraire, selon le diagramme de la *figure* 12, en ayant un rendement très élevé au début. Faute d'expériences supplémentaires nous ne sommes pas en mesure de vérifier ce point. On pourrait penser à comparer ces résultats avec ceux trouvés par Reid, mais, malheureusement, ce dernier n'a pas étudié les diffuseurs plus courts de 5 W_1, ce qui correspond à 2,5 D. Donc les diagrammes de la *figure* 8 ne permettent pas la comparaison dans le tronçon voisin de l'entrée. Pour la partie aval on remarquera que, dans le diagramme de la *figure* 8 *a*, au fur et à mesure qu'on augmente la longueur le rendement simple des diffuseurs plans s'améliore légèrement et continuellement.

A ce propos, il nous a paru utile de vérifier, si le rendement très faible à la partie initiale du diffuseur serait causé principalement par le passage non graduel de la partie rectiligne du convergent à la partie conique. Dans ce but nous avons examiné les résultats de M. Copp (réf. [17]) qui a étudié, en 1951, l'influence du rayon de courbure joignant la paroi du divergent à la paroi du conduit amont pour un diffuseur conique de 10°.

La conclusion en est que pour un rapport de sections $m = 2$ le rendement simple ne varie pas d'une façon appréciable avec le rayon de courbure. Autrement dit, une jonction brusque est presque aussi efficace qu'une jonction arrondie, en ce qui concerne

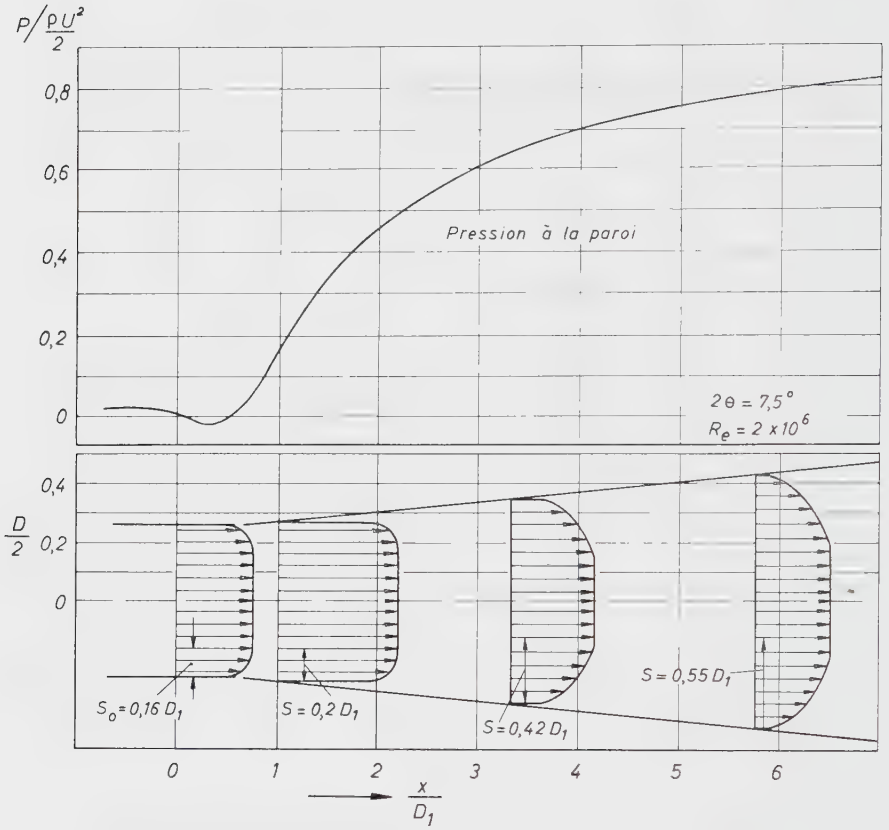


Fig. 10. — Robertson (réf. [22])

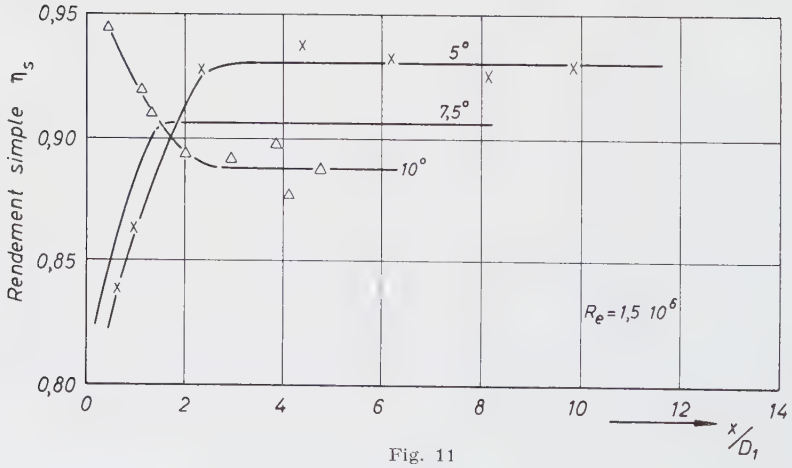


Fig. 11

le rendement simple. Il en résulte, à notre avis, que l'on doit chercher la cause dans le caractère du diffuseur lui-même.

Remarque.

Une constatation analogue, mais beaucoup plus marquée, a été faite par nous en écoulement giratoire, nous la signalons au chapitre VI.

Évolution du profil de vitesses le long du divergent

C'est un fait bien connu que, contrairement à ce qui se passe dans les canalisations convergentes, un divergent tend à irrégulariser la répartition des vitesses. C'est-à-dire que le profil de vitesses devient de plus en plus pointu au fur et à mesure que l'on s'éloigne de l'entrée.

Cet effet peut être expliqué, d'une part, par l'application du théorème de Bernoulli, d'autre part, par l'accroissement rapide de la couche limite dans un champ de gradient de pression opposé.

L'accroissement de la couche limite dans un diffuseur fera l'objet, plus loin, d'un bref commentaire. Ce que nous voulons particulièrement remarquer ici, c'est la perspective générale de l'évolution que suit le profil de vitesse.

Les expériences de M. Cottignies, en France, et de M. Squire, en Angleterre, ont montré qu'après une certaine longueur le profil de vitesse devient très pointu (vitesse maximale dépassant deux fois la vitesse moyenne). Puis il commence à s'aplatir de nouveau et probablement tend vers un profil d'équilibre. En vue de caractériser cette évolution et pour fixer les idées sur l'ordre d'irrégularité nous avons reproduit sur la *figure* 12 la courbe expérimentale donnant la variation du coefficient d'énergie cinétique en fonction du diamètre relatif de la section considérée. Cette courbe a été obtenue, par Cottignies, pour un divergent à 7°. Il est à remarquer que le profil le plus pointu est atteint pour un rapport de section plus élevé, dans le cas où le divergent est précédé d'une tuyère. Dans ce cas, la couche limite à l'entrée est très mince; au fur et à mesure qu'on s'éloigne de l'entrée celle-ci se développe; après une longueur correspondant à $\frac{D}{D_1} = 2{,}41$, la zone centrale qui représente l'écoulement à potentiel, disparaît, en d'autres mots, la couche limite atteint le centre. Squire a déterminé expérimentalement le coefficient d'énergie cinétique à la sortie des divergents ayant 4°, 5°, 6°, 8°, 10°, d'angle total et un rapport de sections de 4. Son installation comportait un convergent à l'entrée. Les valeurs de α correspondant aux cinq diffuseurs sont les suivantes :

Tableau III

	2 θ				
	4°	5°	6°	8°	10°
α	1,28	1,43	1,51	1,68	1,8

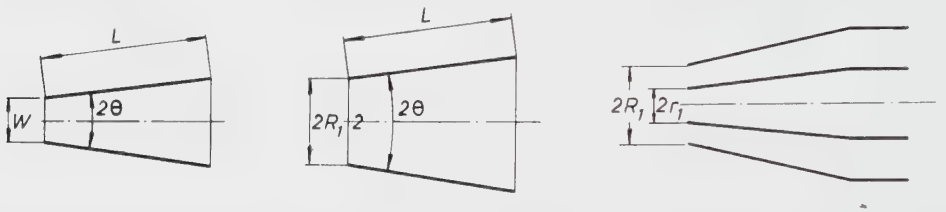
On voit que ces résultats sont comparables avec ceux trouvés par Cottignies.

Notons que dans la *figure* 12, α' désigne le coefficient d'énergie cinétique qui tient compte de l'énergie correspondant aux fluctuations des vitesses.

C. — **Influence de la forme de section transversale.**

Ainsi que nous avons indiqué précédemment, MM. Kline et Abbot (réf. [11]) signalent l'existence d'une corrélation entre les résultats des diffuseurs plans (section rectangulaire), des diffuseurs coniques (section circulaire) et même des diffuseurs annulaires en ce qui concerne le régime de l'écoulement. Pour base de comparaison de ces types de diffuseurs, ils préconisent l'utilisation des caractéristiques suivantes :

Diffuseur plan, 2θ, L/W_1 Diffuseur conique, 2θ, L/R_1 Diffuseur annulaire, 2θ, $L/R_1 + r_1$



Au point de vue d'efficacité, nous reproduisons sur la *figure* 13 les résultats de certains expérimentateurs, compilés par Kline. On remarquera que les sections rectangulaires donnent des valeurs quelque peu inférieures par rapport aux diffuseurs coniques. La même tendance peut être observée sur le diagramme de la *figure* 4. La différence en rendement est d'autant plus faible que l'angle de divergence est petit.

On aboutit aussi à cette conclusion, d'une manière plus évidente : si l'on veut comparer les différentes formes de section transversale à base de l'égalité de divergence (rapport de section), nous devons considérer des diffuseurs ayant le même gradient de pression idéale. Dans ce cas, il est évident que les diffuseurs à section rectangulaire auront un angle de sommet supérieur à celui des divergents à section circulaire, pour qu'on puisse obtenir le même rapport de section à une longueur donnée. Par suite, on s'attend à un rendement inférieur dans les diffuseurs plans.

D. — **Influence du profil de la paroi.**

Dans tout ce qui précède, nous avons considéré les divergents dont les profils transversaux sont constitués par des lignes droites. Il y a quelquefois intérêt à avoir un profil curviligne en vue de raccourcir la longueur totale du diffuseur. Dans le cadre de cet exposé nous allons rappeler, sans entrer en détail, les résultats acquis en ce qui concerne le rôle de la forme de la paroi sur le fonctionnement du diffuseur.

Avant d'aborder le problème des profils curvilignes prenons le divergent suivi d'un conduit de restitution, qui a enfin un profil composé de deux droites.

Divergent avec conduit aval.

Dans un tel diffuseur, à la sortie du divergent proprement dit, la répartition des vitesses atteint une forme très pointue, α allant, suivant la divergence et la longueur, jusqu'à 1,5.

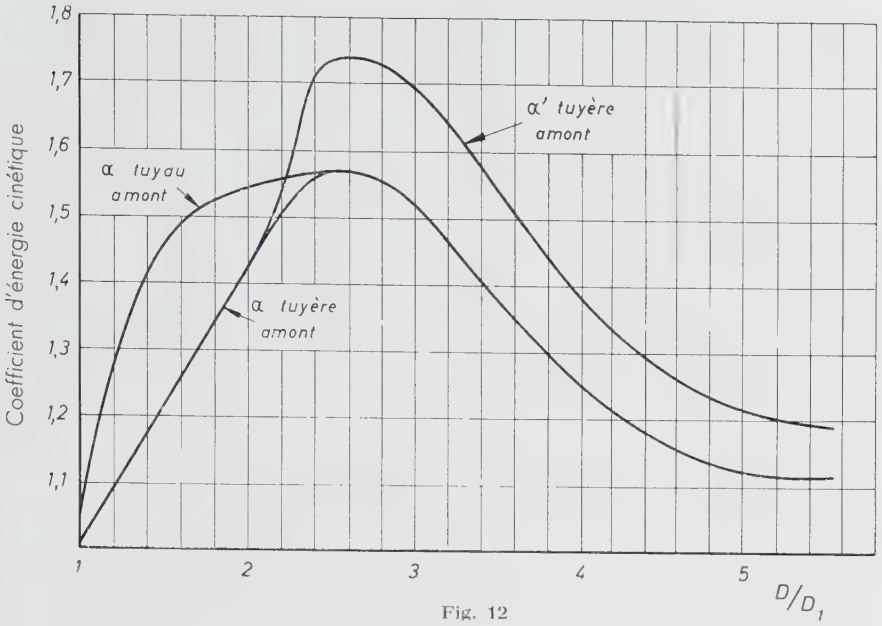

Coefficient d'énergie cinétique
1,8
1,7
1,6
1,5
1,4
1,3
1,2
1,1
α tuyau amont
α' tuyère amont
α tuyère amont
1
2
3
4
5
D/D1

Fig. 12

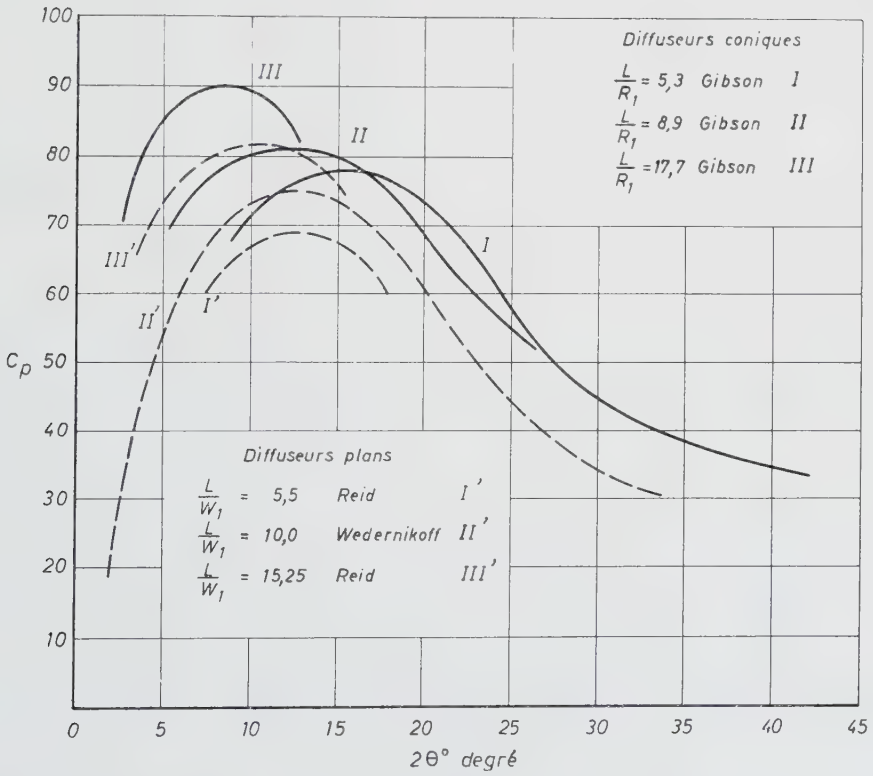

Cp
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
5
10
15
20
25
30
35
40
45
2θ° degré
Diffuseurs coniques
L/R1 = 5,3 Gibson I
L/R1 = 8,9 Gibson II
L/R1 = 17,7 Gibson III
Diffuseurs plans
L/W1 = 5,5 Reid I'
L/W1 = 10,0 Wedernikoff II'
L/W1 = 15,25 Reid III'
III
II
I
III'
II'
I'

Fig. 13

Dans la partie rectiligne la courbe de répartition prend, après une certaine distance, la forme du profil établi (du conduit long), donc le coefficient d'énergie cinétique diminue jusqu'à environ 1,06. C'est-à-dire qu'il s'agit d'une récupération d'énergie ou, autrement dit, la partie rectiligne joue aussi le rôle d'un diffuseur.

En effet, l'expérience montre que la pression dans le conduit aval continue à augmenter et trouve son maximum après une distance comprise entre deux à six diamètres de sortie, à compter de l'entrée de la partie rectiligne. Cette distance (L_a) dépend essentiellement de la valeur du coefficient d'énergie cinétique.

Plus α est grand plus la distance nécessaire pour atteindre la section de pression maximale est longue. En tenant compte du fait que α est une fonction du rapport des sections m, de l'angle d'ouverture θ et de l'épaisseur de la couche limite à l'entrée du divergent, la distance en question doit dépendre de ces trois facteurs.

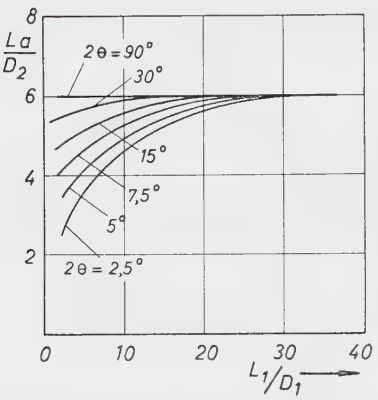


Fig. 14. — Distance de maximum pression dans le conduit aval

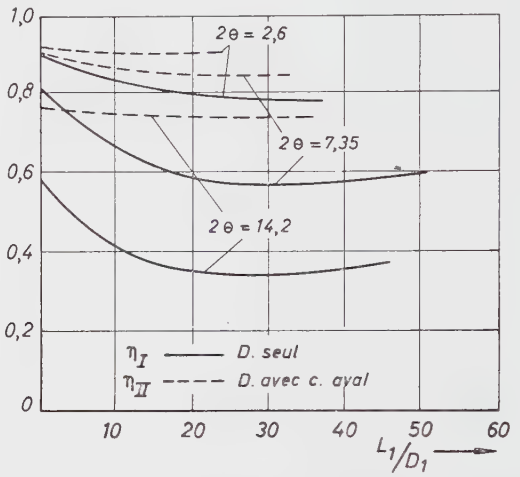


Fig. 15. — Rendement simple des diffuseurs seuls et diffuseurs avec conduit aval

Expériences de PETERS

Le diagramme de la *figure* 14, tracé d'après les expériences de PETERS (réf. [6]), donne une idée générale de la variation de la distance (L_a) avec l'ouverture et la longueur du tuyau amont d'un divergent conique ayant un rapport de section $m = 2{,}33$.

En ce qui concerne le rendement simple du diffuseur, PETERS a comparé le divergent seul avec le divergent suivi d'un conduit rectiligne (*fig.* 15). On remarque dans ce diagramme que le rendement simple est amélioré considérablement grâce au tuyau de restitution. Ici encore, la différence est d'autant plus grande que la divergence est plus élevée. D'autre part, l'influence de la longueur du tuyau amont est plus prononcée dans le cas du divergent seul. Cette différence dépend aussi, dans une grande mesure, du rapport de sections m, pour la raison suivante : quand la section de sortie est grande les vitesses sont faibles et l'énergie cinétique correspondante est très petite et, par conséquent, le gain par récupération doit être minime.

Par exemple, SQUIRE n'a trouvé qu'une différence de 1 % entre le rendement simple du diffuseur seul et celui du diffuseur avec tuyau de restitution, pour un rapport de sections $m = 4$.

Dans tous ces problèmes, il ne faut jamais perdre de vue que pour les rapports de section faibles le rendement simple peut avoir une valeur assez inférieure à celle du rendement réel. Ici, nous voyons un exemple typique pour lequel la définition correcte du rendement doit être appliquée afin d'empêcher tout risque de fausse conclusion. Car le rendement simple d'un divergent augmente considérablement lorsqu'on y ajoute un tronçon rectiligne aval. Tandis que le rendement réel ne peut être amélioré par l'addition d'un tuyau amont, à moins que le rendement de la partie rectiligne soit supérieur à celui du divergent seul. Ce qui présente une condition exceptionnelle sauf dans le cas des divergents de grande ouverture.

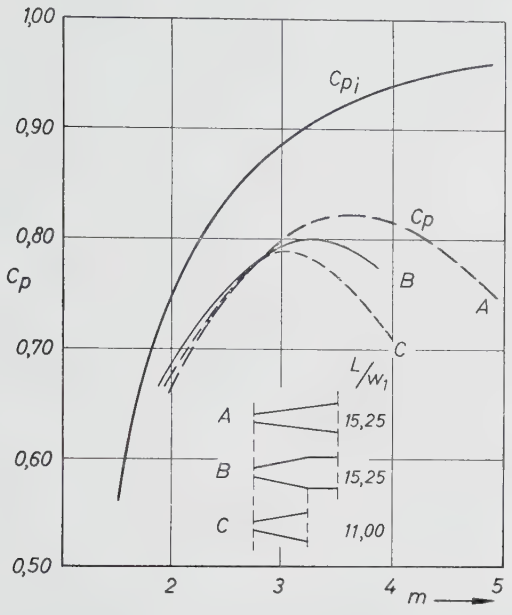


Fig. 16 *a*. — Influence du conduit aval

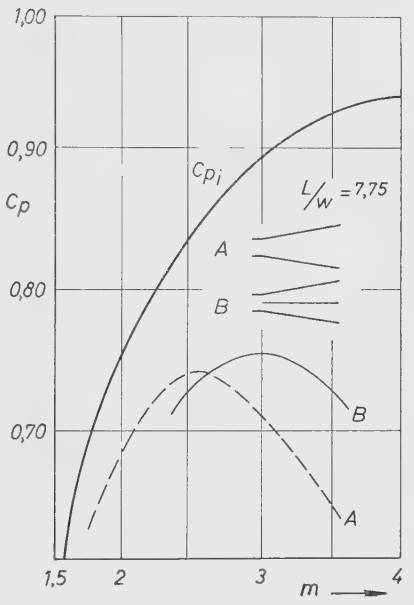


Fig. 16 *b*. — Influence de la paroi centrale

Expériences de Reid

A cet égard les expériences de Cottignies ont fourni des renseignements utiles. Celui-ci a observé que, aux erreurs de mesures près, les pertes de charge totales d'un système comportant un divergent conique et un conduit aval de longueur 9 D, sont égales à la somme des pertes de charge des éléments séparés, à condition de calculer les pertes dues au conduit aval comme si, dans ce dernier, le régime était établi. Ceci revient à dire que la perte de charge d'un tuyau, dans lequel le profil de vitesse passe d'une forme très pointue (α = environ 1,3) à la forme du conduit long, ne diffère pas de celle du tuyau à l'entrée duquel le régime est déjà établi.

Par ailleurs, en vue de déterminer l'influence du conduit aval, M. Reid a fait trois séries d'essais dont les résultats sont représentés sur la *figure* 16. La série B comprend les diffuseurs suivis d'un conduit aval tandis que dans les deux autres séries on avait à faire avec les divergents seuls. Dans la série B, la longueur totale (partie divergente et partie rectiligne) des diffuseurs est constante et égale à la longueur des diffuseurs de la série A; en outre, la longueur de la partie divergente est égale à celle des diffuseurs de la série C. Ainsi les diffuseurs A ne diffèrent des diffuseurs B que par leur longueur.

Le graphique indique la variation du coefficient de récupération C_p en fonction du rapport de sections m.

On voit qu'en ajoutant la partie rectiligne, la valeur maximale de C_p et l'ouverture pour laquelle ce maximum a lieu, sont augmentées. L'amélioration de la récupération se fait sentir surtout aux rapports de section élevés (la comparaison C et B).

La même tendance peut être constatée entre les courbes B et A, cette fois en faveur de B. L'explication réside simplement dans le fait que, pour une même valeur de m, l'angle d'ouverture du diffuseur A est nettement plus grand que celui du diffuseur B.

Profil longitudinal de la paroi.

Il faut bien distinguer deux cas : diffuseurs avec et sans plaque déviatrice, qui ne présentent pas le même caractère.

a) *Diffuseur simple à paroi curviligne.*

Nous considérons un diffuseur ayant un axe droit et une paroi formée d'une méridienne curviligne dont l'influence sera en question.

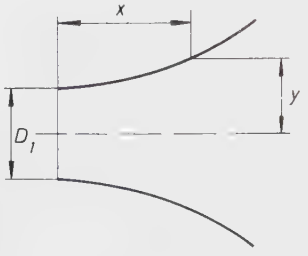


Fig. 17

Gibson en a étudié trois formes différentes en les comparant avec les divergents ordinaires droits. La première forme avait été déterminée de façon à donner $\frac{dv}{dt} = C^{te}$, en écoulement sans frottement, soit sans couche limite. La deuxième était basée sur la considération $\frac{dv}{dx} = C^{te}$, le profil présentait un évasement moins prononcé. La troisième avait été conçue pour obtenir une perte de charge uniforme le long du diffuseur. Les deux premiers diffuseurs n'ont donné aucune amélioration significative. Tandis que le troisième a présenté une supériorité considérable sur les divergents droits de même rapport de sections. Plus tard, les expériences de M. Ackeret ont confirmé l'idée que le diffuseur à perte de charge uniforme est meilleur que le divergent droit simple, au point de vue rendement.

Gibson, en partant d'une formule empirique de perte de charge qui tient compte de l'influence de l'angle θ, arrive, pour le profil de la paroi, à l'expression :

$$\frac{1}{R_1} - \frac{1}{y} = kx, \tag{22}$$

ces notations étant indiquées sur la *figure* 17. Ce qui présente une divergence très faible au début et de plus en plus progressive avec la distance.

On pourrait aussi prévoir, d'une manière plus ou moins évidente qu'un diffuseur de telle forme soit capable de donner meilleur rendement. Car comme nous l'avons déjà remarqué, la courbe du coefficient de pression idéal en fonction de la longueur d'un divergent conique présente le caractère suivant : C_p augmente d'abord rapidement puis de plus en plus lentement. Autrement dit, le gradient de pression idéal est relativement fort au début et diminue avec la distance. De plus, on a vu que le rendement d'un divergent conique commence par être médiocre et il ne s'améliore qu'après une certaine distance. Donc il est tellement logique qu'on puisse améliorer le rendement et augmenter la récupération d'un diffuseur de rapport de section donné, en modifiant la répartition longitudinale des aires des sections transversales de manière à diminuer la diffusion au début et à l'augmenter en compensation vers la partie aval.

Notons à propos que contrairement à ce que l'on dit dans l'article de M. Patterson (réf. [13]) le gradient de pression idéal dans le diffuseur de Gibson, défini par l'expression (22), diminue encore légèrement avec la distance.

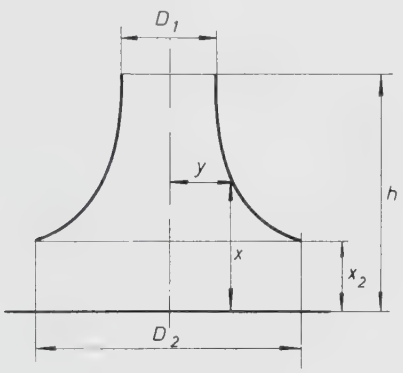


Fig. 18

b) *Diffuseur court de révolution avec la plaque déviatrice.*

En se basant sur le principe de donner au diffuseur la forme du jet dévié par une plaque normale à l'axe on pense éviter le décollement et avoir un diffuseur court tout en gardant une efficacité raisonnable.

La première étude théorique à ce sujet fut celle de Prasil qui obtint pour un écoulement à potentiel, l'équation de ligne de courant suivant :

$$x \cdot y^2 = C^{te}. \tag{23}$$

L'axe du diffuseur coïncide avec l'axe x, et la plaque avec l'axe Y (*fig.* 18).

Victor Kaplan fut le premier qui, expérimentalement, détermina les proportions optimales d'un diffuseur court de révolution en vue de l'utiliser comme aspirateur d'une turbine hydraulique.

Plus tard White et Moody, en Amérique, se sont livrés à l'étude de l'influence de la plaque ainsi que celle du corps central. Ils ont abouti à la conclusion qu'en ce qui concerne l'écoulement axial l'utilisation du corps central ne se justifie pas, puisque la plaque donne pratiquement le même résultat malgré son coût peu élevé.

L'efficacité des diffuseurs débouchant sur fond plat dépend de l'ouverture x_2 (distance entre la paroi plane et l'extrémité de la paroi courbe). Pour un rapport des diamètres $\frac{D_2}{D_1}$ et une hauteur relative $\frac{h}{D_1}$ donnés, il existe une ouverture optimale pour laquelle l'efficacité est maximale.

Une série d'expériences, effectuées en 1954 au Laboratoire de Mécanique des Fluides de la Faculté des Sciences de Paris, sur trois diffuseurs de formes différentes (spirale logarithmique, forme de Prasil, arc de cercle) ayant la même condition d'entrée (répartition de conduit long) et le même rapport des diamètres $\frac{D_2}{D_1} = 2{,}33$, a montré que l'efficacité maximale ne dépend que de la hauteur relative $\frac{h}{D_1}$ (réf. [23]). Donc la forme de la méridienne du tuyau évasé est pratiquement sans importance pourvu que l'évasement ne soit pas brusque. Cette propriété, qui diffère en principe de celle des diffuseurs simples à paroi curviligne précités, peut être attribuée à la contribution indéniable de la plaque qui oblige le fluide à adhérer à la paroi évasive et évite ainsi le décollement.

E. — **Influence de la courbure de l'axe.**

Quand l'axe du divergent n'est pas droit, les inconvénients d'une canalisation courbe s'y ajoutent aux difficultés déjà présentes et ont généralement pour conséquences :

1° des écoulements secondaires;

2° un risque de décollement à la paroi intérieure;

3° une répartition irrégulière et asymétrique des vitesses vers la sortie.

Ces facteurs seront évidemment d'autant plus prononcés que le rayon de la courbure de l'axe sera plus petit et la déviation plus grande.

Ce problème est, certes, très difficile et il sort du cadre du présent travail. Mais nous voulons, tout au moins, donner une idée générale de l'importance de cet effet en reproduisant une partie des résultats d'une étude réalisée sous la direction de M. Ackeret au cours des dernières années (réf. [24] et [25]).

Il s'agit de trois diffuseurs coniques de rapport de sections et d'angle d'ouverture donnés ($m = 4$, $2\theta = 8°$), diffuseurs dont les axes ont les formes suivantes :

A : droite;

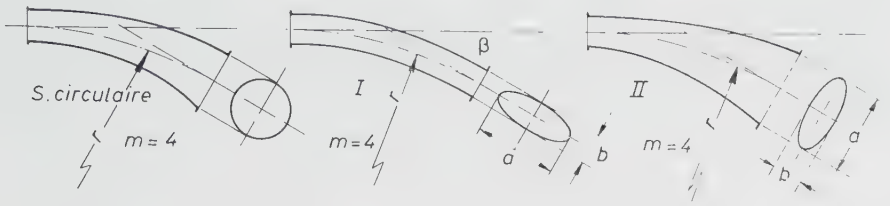
B : arc de cercle $r = 27{,}3$, déviation 15°;

C : arc de cercle $r = 13{,}65$, déviation 30°.

Les rendements convertis des trois diffuseurs exprimés en fonction de l'épaisseur de refoulement à l'entrée sont tracés sur la *figure* 19. Par ailleurs, dans la même étude, la courbure de l'axe est combinée avec une variation de forme de section transversale le long du divergent, en passant d'une section circulaire à une section elliptique.

L'influence combinée dépend dans une grande mesure de la direction dans laquelle se fait l'aplatissement. Si on aplatit le divergent dans le plan comprenant l'axe curviligne du diffuseur, l'effet est très néfaste sur le rendement; si, au contraire, le grand axe de

l'ellipse est perpendiculaire au plan de symétrie, on peut même suivant le cas, espérer une amélioration. La *figure* 20 montre les résultats concernant les trois diffuseurs aplatis D, E, F dont les axes sont identiques à ceux de A, B et C respectivement. La section de diffuseur, circulaire à l'entrée, s'aplatit progressivement et finit par être, à la sortie, une ellipse dont le rapport des axes est de 2. La variation de section, de l'entrée à la sortie, a lieu de telle sorte que les petits axes des ellipses se trouvent toujours dans le plan de symétrie du diffuseur et, de plus, la distribution longitudinale des aires de section



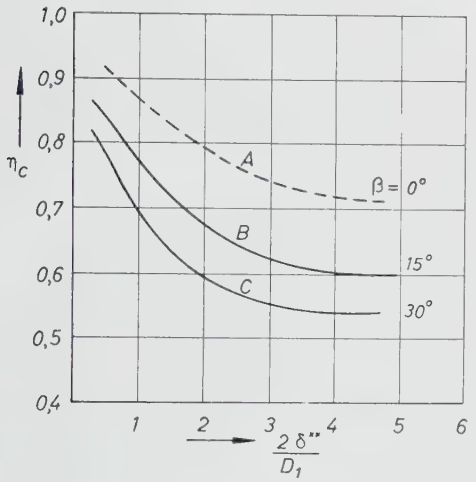


Fig. 19. — Divergent à section circulaire

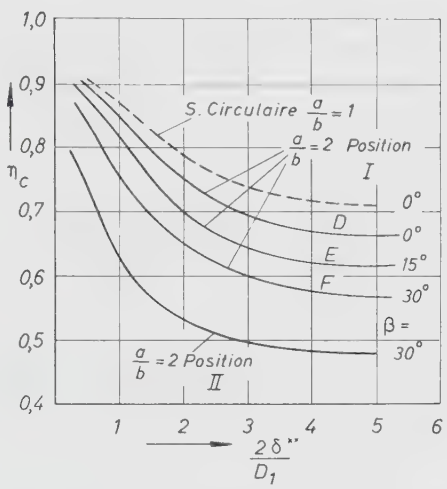


Fig. 20. — Divergent à section ellipse

Influence de la courbure de l'axe

est conservée, donc le degré de diffusion ainsi que le rapport de section *m* se trouvent inchangés en comparaison avec les trois diffuseurs précédents. Les courbes de rendement converti tracées sur la *figure* 20, pour ces trois diffuseurs, montrent que le meilleur résultat est obtenu avec le diffuseur D suivi de E et F. Mais, si l'on compare ces courbes avec celles de la *figure* 21 on voit tout de suite que le diffuseur F, bien qu'il soit aplati, est plus efficace que C qui a la même déviation. Ceci n'est pas applicable pour les diffuseurs droits A et D puisque le premier est le meilleur de tous.

D'autres courbes expérimentales de la même étude, non présentées ici, ont conduit aux conclusions suivantes :

1° si la même sorte d'aplatissement est poussée plus loin (le rapport des axes de la dernière ellipse étant 4), on obtient un meilleur rendement avec l'axe dévié de 30° qu'avec l'axe droit;

2° si l'aplatissement se fait dans l'autre direction (les grands axes des ellipses étant perpendiculaires au plan de symétrie) on obtient toujours de mauvais résultats. Cet effet néfaste croît encore avec la déviation.

F. — **Influence de la rugosité de la paroi.**

Il découle de ce que nous avons dit au sujet des pertes de charge dans les divergents, que la rugosité ne joue pas un rôle notable, surtout lorsque la divergence est relativement grande, puisque dans ce cas les pertes dites « de diffusion » sont prépondérantes. Pour bien fixer les idées, imaginons un diffuseur conique de 7°. Le coefficient de frottement qui correspond à la rugosité de la paroi, soit $\lambda = 0{,}01$. La perte de charge due au frottement se calcule avec la formule :

$$h_f = \frac{\rho V_1^2}{2} \frac{\lambda}{8 \operatorname{tg} \theta} \left(1 - \frac{1}{m^2}\right). \tag{18}$$

Pour plus de commodité, prenons l'expression donnée par H. Gibson afin de calculer la perte par diffusion :

$$h_d = \frac{\rho V_1^2}{2} . 3{,}5 \operatorname{tg} \theta^{1{,}25} \left(1 - \frac{1}{m^2}\right). \tag{24}$$

Donc, pour le rapport de ces deux valeurs, on obtient :

$$\frac{h_d}{h_f} = \frac{3{,}5 \times 8 \times \operatorname{tg} \theta^{2{,}25}}{0{,}01} \simeq 4{,}8.$$

Notons que ce procédé de séparer les pertes est assez factice, mais bien indicatif quand même pour se rendre compte de l'influence de la rugosité.

CONDITIONS D'ENTRÉE

A. — **Influence du profil de vitesse et de l'épaisseur de la couche limite.**

Il serait, certes, très intéressant de prévoir le comportement d'un diffuseur de caractéristiques géométriques données, à partir des conditions d'entrée. En effet, plusieurs tentatives ont été faites, soit en vue d'établir une méthode de calcul générale permettant de déterminer le développement de la couche limite le long du diffuseur, soit en vue de trouver un moyen pour la prédiction du décollement. Étant donné la complexité du phénomène, de nombreuses recherches n'ont pas été couronnées de succès.

Faute d'une méthode de calcul théorique, les recherches ont été poussées vers des méthodes semi-empiriques, parmi lesquelles citons celles de Clauser, D. Ross, Fraser.

Certaines de ces méthodes donnent de bonnes approximations quand on les compare avec un groupe de résultats expérimentaux. Mais, la plupart du temps, le domaine d'application est très limité et le procédé est trop laborieux.

Dans le cadre du présent exposé, nous préférons mentionner plutôt les recherches expérimentales qui permettent de juger l'importance des conditions d'entrée. Nous avons

pourtant cru utile de rappeler brièvement les lignes principales de calcul général de la couche limite turbulente dans un champ de gradient de pression opposé et, de plus, exposer une méthode très récente qui permet de trouver les profils des vitesses et le point de décollement. Cette méthode semi-empirique a été développée d'abord par D. Ross (réf. [26]) pour les plans divergents. Plus tard, elle a été appliquée par H. Fraser, avec quelques légères modifications, aux diffuseurs coniques.

Rappelons que dans le cas où la couche limite n'atteint le centre du diffuseur en aucun point, il existe une zone centrale de vitesse uniforme où règne toujours un écoulement à potentiel. Donc, en connaissant le profil de vitesses dans la couche limite, on peut exactement calculer la perte de charge et le rendement, puisque la pression dans une section peut être trouvée directement en appliquant l'équation de Bernoulli sans compter les frottements. Il est aisé de voir que, U_m étant la vitesse en dehors de la couche limite, le coefficient de pression s'écrit :

$$C_p = 1 - \left(\frac{U_m}{U_{m_1}}\right)^2. \tag{25}$$

Au contraire, une fois que la couche limite aura atteint le centre de la canalisation, même si l'on connaît le profil entier des vitesses, on n'aura aucun moyen de trouver la pression, sauf par les mesures.

Méthode Ross-Fraser pour la prédiction de la séparation dans un diffuseur conique.

Plusieurs recherches sur l'exploration des couches limites turbulentes de différentes natures, ont conduit à admettre l'hypothèse suivante : une couche limite, en général, se compose de deux zones essentielles qui ne sont pas de même caractère, à savoir :

1° d'une zone intérieure comprenant le film laminaire, la zone de transition et la couche turbulente intérieure. Cette zone s'étend jusqu'à $y = 0{,}1\ \delta$ et porte le caractère de la paroi. Le profil de vitesse peut être exprimé, pour une paroi lisse, par une loi universelle de la forme :

$$\frac{u}{u_*} = f\left(\frac{y u_*}{\nu}\right); \tag{26}$$

2° d'une zone extérieure comprise entre $y = 0{,}25\ \delta$ et $y = \delta$ dans laquelle la répartition dépend essentiellement de l'histoire de l'écoulement. D'une manière générale, on peut écrire :

$$\frac{u - U_m}{U_m} = g\left(\frac{y}{\delta}, \text{ histoire spatiale}\right). \tag{27}$$

D. Ross, en se basant sur une douzaine de séries de courbes expérimentales, y comprises celles de Schubauer et Klebanoff (réf. [30]), a adopté une relation simple, pour exprimer la répartition des vitesses dans cette dernière région :

$$1 - \frac{u}{U_m} = Z\left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^{\frac{3}{2}}. \tag{28}$$

où Z est un coefficient caractérisant la nature de l'écoulement.

Dans la zone intermédiaire, c'est-à-dire d'une distance $y = 0{,}1\ \delta$ à une distance $y = 0{,}25\ \delta$, selon Ross, ni l'expression (26) ni (28) ne sont applicables d'une manière générale.

Dans l'expression (28), ce qui n'est autre que la formule Darcy-Prandtl, Z varie suivant le développement de la couche limite et atteint une valeur 1,3 près de la séparation. Si le gradient de pression est nul ou négligeable, on peut calculer Z par :

$$Z = 8{,}4\sqrt{\frac{C_f}{2}} \tag{29}$$

Uram (réf. [28]), Robertson (réf. [29]) et Fraser ont vérifié que dans les diffuseurs coniques, la même valeur 1,3 est valable pour la séparation. Donc, la détermination de la séparation est amenée ainsi à la détermination de Z.

Considérons un divergent conique à l'entrée duquel on connaît la pression et le profil de vitesses. Donc nous connaissons toutes les valeurs caractéristiques, soit :

$$\delta_1, \qquad \delta_1^*, \qquad \delta_1^{**}, \qquad U_{m_1}, \qquad U_{*1}, \qquad Z_1.$$

Notons que dans un écoulement de révolution il faut adopter les définitions suivantes pour les coefficients de refoulement et de quantité de mouvement :

$$\delta^* = \int_0^{\delta}\left(1 - \frac{u}{U_m}\right)\left(1 - \frac{2\,y}{D}\right)dy. \tag{30}$$

$$\delta^{**} = \int_0^{\delta}\left(1 - \frac{u}{U_m}\right)\cdot\frac{u}{U_m}\left(1 - \frac{2\,y}{D}\right)dy. \tag{31}$$

Il s'agit de trouver la valeur de Z à une distance x de l'entrée afin de se rendre compte de la situation, au point de vue séparation.

La relation empirique proposée est la suivante :

$$\left(\frac{\delta\,D}{Z}\right)\frac{U_{m_1}}{U_m} = Ax^2 + \left(\frac{\delta\,D}{Z}\right)_1, \tag{32}$$

où le coefficient A est défini par :

$$A \cong \sqrt{C_{f_1}} - 0{,}038.$$

D'autre part Ross et Robertson, afin de calculer l'épaisseur de quantité de mouvement, ont établi, la formule :

$$\frac{\delta_1^{**}}{\delta^{**}}\frac{D_1}{D} = \left(\frac{U_m}{U_{m_1}}\right)^{2+G}, \tag{33}$$

G étant une fonction unique de R_{θ_1} donnée par la courbe de la *figure* 21. De plus, il existe une corrélation entre Z et $\frac{\delta}{\delta^{**}}, \frac{\delta}{D}$ qui peut être exprimée par la relation :

$$\frac{\delta}{\delta^{**}}Z \cong \frac{40\,\delta^{**}}{ZD} + \frac{1{,}8}{Z^2} + \frac{3{,}6}{Z} + 0{,}675\,Z^2. \tag{34}$$

En utilisant la définition de l'épaisseur de refoulement on trouve facilement la relation de continuité :

$$\frac{U_m}{U_{m_1}} = \left(\frac{D_1 - 4\,\delta_1^*}{D - 4\,\delta^*}\right)\frac{D_1}{D}. \tag{35}$$

Ces quatre relations ne sont pas suffisantes puisque nous avons cinq valeurs inconnues, soit, (δ, δ^*, δ^{**}, U_m, Z). Une dernière relation à utiliser est une autre corrélation qui existe entre Z et le paramètre de forme $H = \frac{\delta^*}{\delta^{**}}$. Cette corrélation est présentée sur la *figure* 22.

Ainsi non seulement on trouve le paramètre Z qui est une indication pour la séparation, mais en même temps on détermine le profil de vitesses grâce auquel le calcul

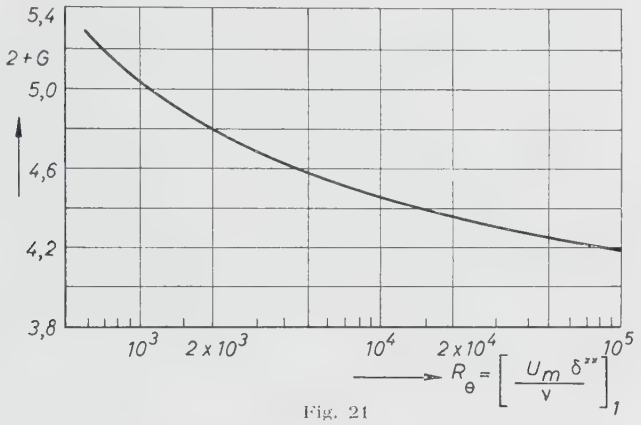


Fig. 21

exact des pertes de charge est possible (1). Remarquons que, pour que cette méthode soit valable, la longueur du diffuseur ne doit pas dépasser soixante fois l'épaisseur de la couche limite initiale δ, et l'épaisseur de quantité de mouvement finale doit être inférieure à $0{,}1\,R_{\theta_0}$, valeur correspondant au profil établi.

Fraser et Robertson, en partant des relations précitées et en considérant $Z = 1{,}3$ pour le profil près du décollement, ont abouti à la formule fixant la condition de séparation :

$$C_p = 1 - \left(\frac{6}{\frac{2\,Ax^2}{\delta^{**}.D} + \frac{\delta}{\delta^{**}Z}}\right)^{\frac{2}{3+G}}. \tag{36}$$

Avec cette formule, on peut calculer la récupération maximale qu'on pourrait obtenir sans avoir de décollement. Sur la *figure* 23 sont tracées les courbes de $\sqrt{1 - C_p}$ en fonction de R_{θ_1} pour différentes valeurs constantes de $L^2 = \frac{2\,x^2}{\delta_1^{**}\,D_1}$. Il est possible

(1) Pour le profil de vitesses on a besoin de C_f donné par :

$$\gamma\sqrt{\frac{2}{C_f}} = 0{,}7 + 5\,\lg \gamma\,R_{\theta_0}, \qquad \gamma = 0{,}90\,(1 - 0{,}68\,Z).$$

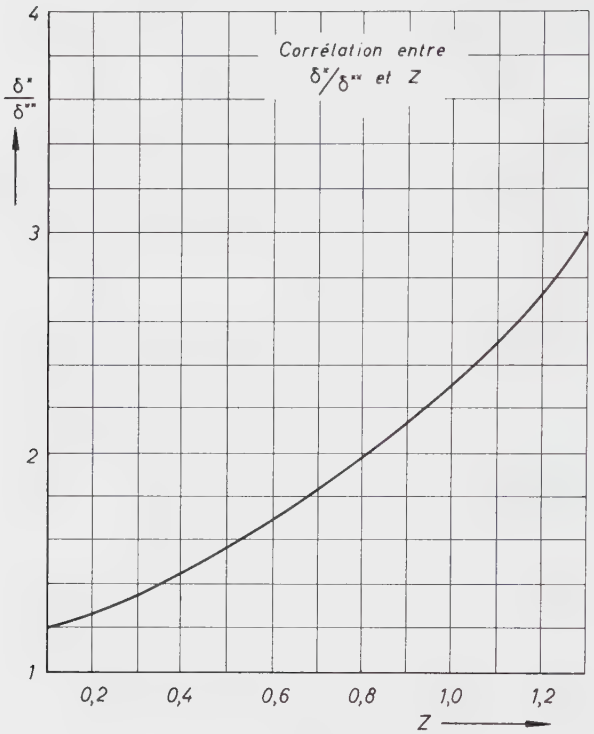


Fig. 22

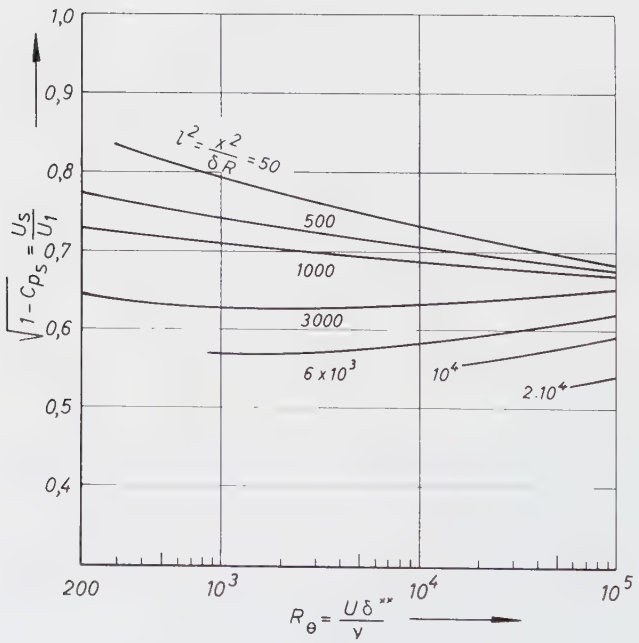


Fig. 23. — Condition de séparation

d'évaluer l'influence des divers facteurs sur la récupération maximale et sur la séparation. Par exemple, on constate une diminution rapide de $\frac{U_{m\delta}}{U_m}$ avec L. Ceci signifie que si on choisit une longueur plus grande on peut descendre à un rapport de vitesses plus petit, c'est-à-dire à une diffusion plus grande (sans décollement).

Fraser signale encore que pour les petites valeurs de L^2 l'influence de l'accroissement du nombre de Reynolds R_{θ_1} est favorable; tandis qu'au-dessus de $L^2 = 2\,000$ l'inverse se produit. Mais la *figure* 23 montre que de toute façon l'influence n'est pas appréciable.

Autres méthodes de calcul.

Presque toutes les méthodes de calcul de la couche limite turbulente, sauf celle de Truckenbrodt qui est basée sur l'équation d'énergie, utilisent l'équation de Karman, déduite du théorème de quantité de mouvement. Pour un écoulement bidimensionnel cette équation s'écrit :

$$\frac{\tau_0}{\rho U_m^2} = \frac{d\,\delta^{**}}{dx} + (H + 2)\frac{\delta^{**}}{U_m}\cdot\frac{dU_m}{dx}. \tag{37}$$

Il faut connaître la tension de frottement τ_0 et le paramètre de forme $H = \frac{\delta^*}{\delta^{**}}$ pour pouvoir la résoudre. C'est là que les méthodes diffèrent les unes des autres. Par exemple, alors que tels ou tels auteurs prennent l'expression qu'on utilise en écoulement sans gradient de pression et cherchent à l'adopter en modifiant les coefficients constants :

$$\frac{\tau_0}{\rho U_m^2} = \frac{\alpha}{(R_\theta)\ 1/n}. \tag{38}$$

$n = 4$, $\alpha = 0{,}0128$, d'après Prandtl.

$n = 6$, $\alpha = 0{,}0065$, d'après Falkner.

Buri introduit un nouveau paramètre de forme :

$$\Gamma = \frac{\delta^{**}}{U}\cdot\frac{dU_m}{dx}\cdot(R_\theta)^{1/4},$$

dans l'expression (38).

Quant à H, pour première approximation il suffit de lui donner une valeur approchée (voisine de 1,4) puisqu'il intervient dans l'équation sous forme de (2 + H).

Pour un écoulement de révolution l'équation (37) devient (réf. [32], p. 218) :

$$\frac{\tau_0}{\rho U_m^2} = \frac{d\,\delta^{**}}{dx} + \frac{\delta^{**}}{R_0}\cdot\frac{dR_0}{dx} + (H + 2)\frac{\delta^{**}}{U_m}\cdot\frac{dU_m}{dx}. \tag{39}$$

Après ce rappel nous passons aux résultats des travaux purement expérimentaux.

La *figure* 24 donne la répartition de vitesse dans le divergent.

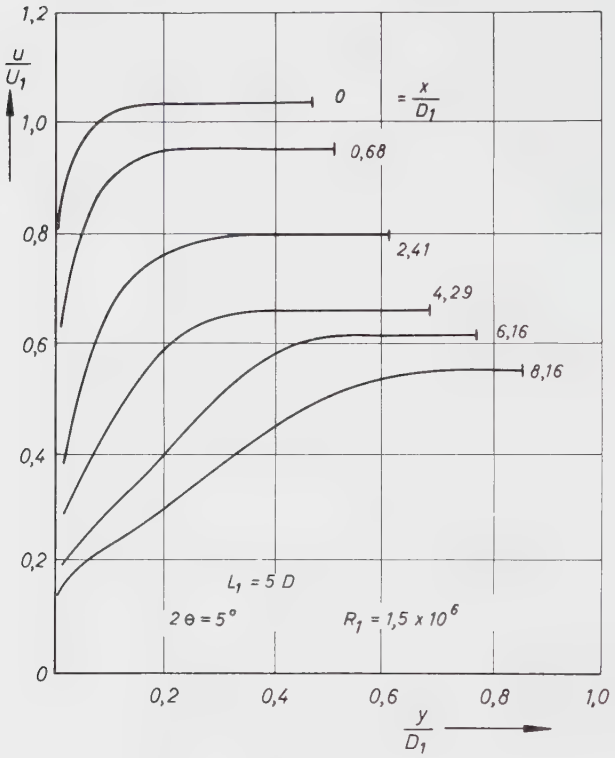


Fig. 24. — Variation du profil de vitesse

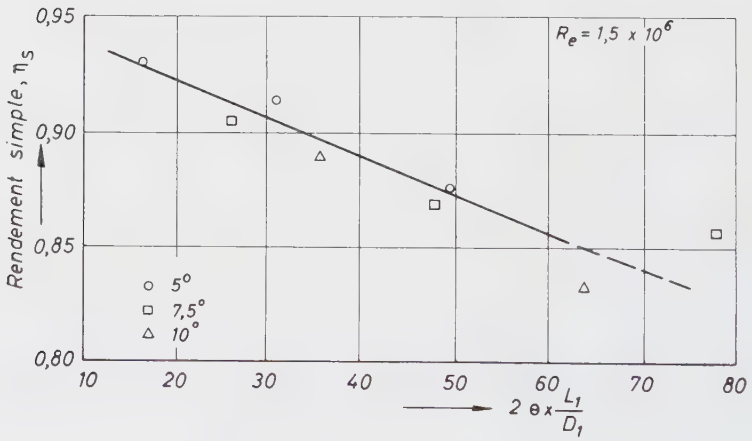


Fig. 25. — Influence de la longueur L_1 et de l'angle θ

Expériences de Robertson et Ross

Influence de la longueur de tuyau amont.

Robertson et Ross (réf. [23]) en utilisant différentes longueurs de tuyau amont et différents angles de divergence ont cherché à combiner l'influence de ces deux facteurs, pour les diffuseurs coniques. Les résultats sont représentés sur le diagramme de la *figure* 25, en portant en abscisse le produit $\theta \cdot \frac{l_1}{D_1}$, et en ordonnée le rendement simple, on constate que les points expérimentaux se groupent autour d'une ligne unique. Donc l'influence de la longueur de tuyau amont, dans les limites des essais réalisés, est approximativement comparable à celle de l'angle de divergence. Il faut noter que dans ces expériences l'angle du divergent variait de 5° à 12° et la longueur effective du tuyau amont l_1 entre deux et douze diamètres. En outre, en aucun cas considéré, le diffuseur ne présentait le décollement.

Aussi Peters a-t-il étudié (réf. [6]) cette influence sur des diffuseurs coniques ayant le même rapport de section $m = 2{,}33$ et dont les angles varient de 2°,6 à 14°,2. Les courbes de rendement simple, données sur la *figure* 25, indiquent directement l'effet de la longueur relative du tuyau qui précède le diffuseur. On peut tout de suite dégager les constatations suivantes :

— l'influence en question est toujours défavorable mais perd son importance avec la longueur. Au-dessus de $l_1 = 20\ D_1$, le rendement est presque indépendant de la longueur. D'autre part, on peut dire que cette influence est d'autant plus marquée que l'angle de divergence est plus grand;

— dans les deux expériences que nous venons de décrire, lorsqu'on augmente la longueur du tuyau amont, il est évident que l'épaisseur de la couche limite à l'entrée du divergent se trouve augmentée. Donc on peut penser que l'on a implicitement étudié l'influence de la couche limite. Une telle conclusion serait un peu imprudente, sans que nous eussions exploré la couche limite elle-même. Car une couche limite n'est pas définie rien que par son épaisseur. Il y a d'autres paramètres qui varient avec la forme du profil de vitesse et qui pourraient jouer un rôle plus important pour caractériser la couche limite. Seule, l'expérience pourrait répondre à cette question. Nous allons voir ci-après les rôles des différentes caractéristiques de la couche limite à l'entrée, par l'examen des résultats expérimentaux.

Influence des diverses caractéristiques de la couche limite.

Winternitz et Ramsay (réf. [18]) ont expérimenté deux diffuseurs, l'un ayant un angle de sommet 5° et l'autre, 10°; tous deux avec un rapport de sections $m = 4$. Cette étude avait pour but de déterminer la récupération et le rendement d'un diffuseur en rapport avec les facteurs caractérisant la couche limite à l'entrée. Pour obtenir une épaisseur de couche limite variant dans de larges limites, tout en gardant la longueur du tuyau aussi basse que possible, en raison de l'encombrement, ces auteurs ont utilisé un diaphragme en toile métallique dont le diamètre variait à volonté.

L'épaisseur de refoulement et de quantité de mouvement subit une variation linéaire en fonction du diamètre du diaphragme. Ils ont conclu que l'épaisseur de quantité de mouvement est un paramètre qui joue le rôle essentiel. Si, par exemple, à l'entrée

d'un diffuseur donné, on crée des couches limites de différentes formes, mais de même épaisseur de quantité de mouvement et avec différents procédés (tuyau, diaphragme), le rendement sera pratiquement inchangé, pourvu qu'il n'y ait pas de décollement. En outre, l'effet de cette condition d'entrée est en corrélation avec l'effet de l'angle de sommet.

Il est bien entendu que la nature de la couche limite turbulente dépend de la source aussi bien que d'autres choses. C'est-à-dire, deux couches limites obtenues différemment, l'une avec tuyau, l'autre avec diaphragme, et ayant la même épaisseur de quantité de mouvement, n'auront pas la même épaisseur de refoulement. Par suite, le paramètre de forme H sera différent aussi. La *figure* 26 indique cette différence. Surtout pour les valeurs élevées de $\frac{\delta^{**}}{D_1}$, le paramètre de forme H obtenu par diaphragme est nettement supérieur.

D'après Winternitz le paramètre H, quoique important pour la séparation, n'est pas un facteur déterminant à la récupération ou rendement d'un diffuseur, tant qu'il n'y a pas de décollement.

Par ailleurs, on voit de la *figure* 27 que les points représentant la récupération pour un angle donné ne s'écartent pas beaucoup quand on change le paramètre H; donc la variation de l'ordre de 20 % n'a pas d'effet systématique important sur la récupération; au contraire, l'effet de δ^{**} est primordial.

La grande différence du coefficient de récupération entre des diffuseurs de même rapport de sections et d'angle différent, constatée sur la *figure* 27 semble disparaître quand les résultats sont exprimés en fonction de $\frac{\delta^{**}}{D} \cdot 2\,\theta$ (voir *fig.* 28).

Conclusions.

Les conclusions que l'on peut tirer de toutes ces recherches peuvent se résumer de la manière suivante :

1° La couche limite croît très rapidement dans les divergents surtout quand l'angle de sommet est grand.

A cet effet, s'ajoute encore l'influence de la couche limite initiale. Si l'on part d'une couche limite déjà épaisse à l'entrée du diffuseur, l'écoulement tourbillonnaire envahit l'espace beaucoup plus rapidement et les pertes sont d'autant plus élevées.

2° Il est intéressant et même surprenant de voir que la couche limite à l'entrée ait (d'après Kline) un effet sans importance sur la séparation des régimes d'écoulement dans les divergents et, au contraire, joue un très grand rôle sur le rendement et les pertes de charge. Norbury et Uram avaient vérifié cette idée dans une certaine mesure. Uram avait fait varier l'épaisseur de la couche limite à l'entrée dans un facteur de 1 à 3 et avait observé que le paramètre H (critère du décollement) ne change pratiquement pas. Ainsi, le manque de sensibilité du régime d'écoulement par l'influence de la couche limite à l'entrée se trouve apparemment vérifié.

Par ailleurs, les résultats obtenus par la méthode de calcul, présentée précédemment, pour la prédiction de la séparation et qui est basée sur le développement de la couche limite, montrent qu'une couche limite épaisse à l'entrée du diffuseur doit avoir pour effet, quoique léger, d'augmenter le risque de séparation.

L'explication de cette contradiction apparente réside probablement dans les faits suivants :

— en premier lieu la définition de la séparation n'est pas bien nette. Par exemple, un diffuseur dans lequel se forment des petits décollements instables pouvait être considéré comme exempt de séparation suivant l'auteur (voir les trois phases de séparation décrites par KLINE);

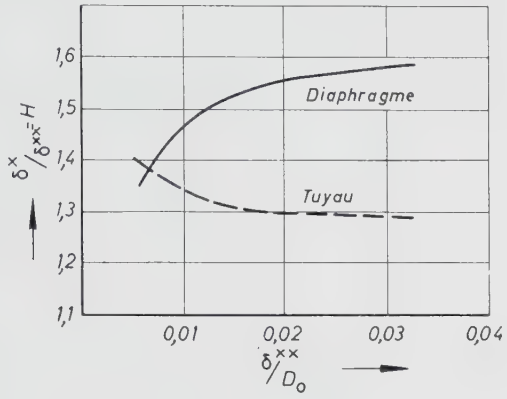


Fig. 26

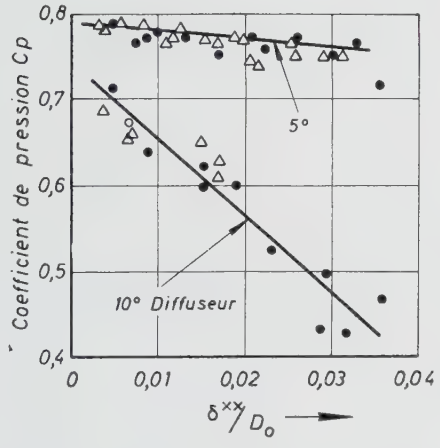


Fig. 27

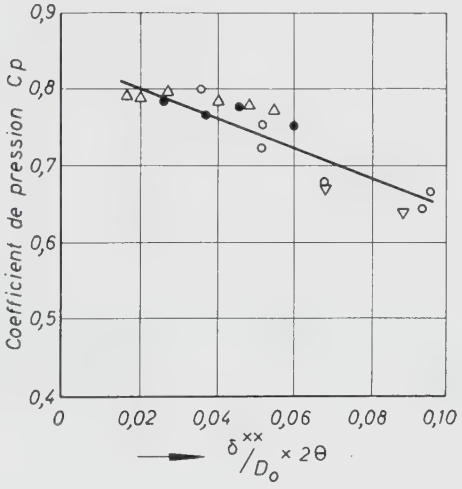


Fig. 28

Influence de la couche limite à l'entrée

Expériences de WINTERNITZ : $m = 4$ $\quad R_e \simeq 2{,}5\ 10^5$

● 5° diffuseur ○ 10° diffuseur } couche limite avec diaphragme

△ 5° diffuseur ▽ 10° diffuseur } tuyau

— d'autre part, bien qu'on ne puisse dénier, en principe, l'influence de la couche limite initiale sur la forme finale du profil de vitesses dans une section donnée, cet effet doit être d'autant plus faible que la couche limite est plus mince et que la distance à parcourir est plus longue. Or, dans tous les cas considérés par M. KLINE, l'épaisseur de la couche limite était très faible à l'entrée; tandis que la méthode de calcul présentée

par MM. Robertson et Fraser se basait sur des expériences dans lesquelles les épaisseurs étaient relativement grandes; si bien que la méthode n'est point applicable aux diffuseurs plus longs que soixante fois l'épaisseur de la couche limite initiale.

3° Étant donné que l'épaisseur de la couche limite à l'entrée croît avec la longueur du tuyau amont, ce dernier aura pour conséquence de diminuer le rendement. Si, en plus, le divergent est suivi d'une canalisation aval, le rendement simple ainsi que le coefficient de pression ne seront pratiquement pas influencés par le tuyau amont (d'après les résultats de Peters). Mais pour le rendement réel il n'en sera pas ainsi, puisqu'une prolongation de la canalisation causera, quoiqu'il en soit, des pertes supplémentaires. Quand on augmente la longueur du tuyau, le rendement diminue d'abord très rapidement puis lentement. Après l'établissement du profil d'équilibre (profil de conduit long), la longueur n'intervient plus dans le rendement.

4° Pour un divergent de longueur donnée l'influence du tuyau amont peut être comparée avec celle de l'angle de divergence de sorte que tant que le produit $\theta \frac{L}{D}$ reste constant le rendement simple ne dépend ni de l'angle ni du tuyau amont.

5° La couche limite doit être caractérisée plus particulièrement par son épaisseur de quantité de mouvement, en ce qui concerne son influence sur la récupération dans le diffuseur, mais non pas par le paramètre de forme H.

6° Si le profil de vitesses à l'entrée est très irrégulier le coefficient d'énergie cinétique α est un bon critère pour se rendre compte du comportement du diffuseur au point de vue récupération. Mais, malheureusement, nous n'avons jusqu'à présent aucune connaissance d'une recherche effectuée en vue de déterminer lequel de ces deux facteurs (épaisseur de quantité de mouvement ou coefficient d'énergie cinétique) joue le rôle principal (voir tabl. IV).

B. — **Influence de l'inclinaison de vitesse.**

Cet effet sera traité d'une façon détaillée au chapitre VI, mais pour avoir une idée globale on peut se servir des diagrammes donnés sur les *figures* 81, 82, où l'on peut comparer l'amélioration apportée par la rotation en bloc. Signalons qu'une rotation du type Vortex ne donne pas le même résultat.

C. — **Influence du nombre de Reynolds.**

Nous allons d'abord mentionner, à ce propos, les travaux de M. Cottignies (réf. [21]) qui a étudié les diffuseurs coniques de 7° et 15° dans différentes conditions. Il a cherché à adopter une formule de perte de charge comprenant un coefficient qui ne dépend que du nombre de Reynolds. Mais du fait que le phénomène de transformation d'énergie change d'allure le long du divergent, comme nous l'avons indiqué précédemment, un tel coefficient ne correspondrait pas au coefficient de perte de charge défini par la relation (12) qui est en somme le quotient des pertes actuelles sur les pertes de Carnot-Borda. Donc, dans chaque cas particulier, il faudrait établir une formule différente qui soit utilisable au moins dans les limites des essais réalisés avec une précision raisonnable.

TABLEAU IV

Expériences relatives aux diffuseurs coniques

	L/W	2 θ	m	$R_e \cdot 10^6$	δ/W	RÉF.
GIBSON	Variable	Variable	4 et 9	0,2	—	[2] et [3]
PETERS	Variable	5,2 à 180	2,33	0,2	Variable	[6]
SQUIRE	5,7-14,3	4 à 10	4	0,05-1,0	—	[16]
COPP	4,74	10	2	1,2		[17]
WILBUR		12-23	2	7,5	Variable	[39]
WINTERNITZ et RAMSAY	Cte	5 et 10	4	2,5	Variable	[18]
ROBERTSON et ROSS	Variable	5-7-10	Variable	1,5	Variable	[22]
VALENTINE	Cte	23	2	2,8		
KAUFMANN	Variable	11-30-41	3,24			[33]
SPRINGER	Cte	8	4		Variable	

1° Pour un diffuseur précédé d'une tuyère dont le rapport m est supérieur à 2, COTTIGNIES donne la formule suivante :

$$h = K_1 \frac{\rho V_1^2}{2}\left(1 - \frac{1}{m}\right). \tag{40}$$

Les valeurs des coefficients de perte de charge, en fonction du nombre de Reynolds sont de la forme :

— pour $2\theta = 7°$:

$$K_1 = 1{,}34\ R_e^{-0{,}2}. \tag{40 a}$$

— pour $2\theta = 15°$:

$$K_1' = 0{,}22. \tag{40 b}$$

Dans ces essais R_e variait entre 10^5 et 10^6.

2° Pour un diffuseur de 7° précédé d'un conduit rectiligne, la formule à utiliser est la suivante :

$$h = K_2 \frac{\rho V_1^2}{2} \sqrt{1 - \frac{1}{m}}, \tag{41}$$

où le coefficient K_2 peut être déterminé, avec une erreur ne dépassant pas de 8 %, par la relation :

$$K_2 = 0{,}46\ R^{-0{,}06}. \tag{41 a}$$

Quand il s'agit des diffuseurs ayant un angle de sommet de 15°, il faut adopter l'expression :

$$h = K_2' \frac{\rho V_1^2}{2} \left(1 - \frac{0{,}8}{m}\right). \tag{42}$$

Cette fois, le coefficient ne dépend pas du nombre de Reynolds et, à 2 % près est égal à 0,46.

Il résulte de l'examen des formules exposées ci-dessus que généralement l'augmentation du nombre de Reynolds a pour effet de réduire les pertes de charge dans le diffuseur; pour les diffuseurs de 7° cet effet est beaucoup moins prononcé si le diffuseur est précédé d'un conduit rectiligne par rapport à celui ayant une tuyère en amont.

Pour un diffuseur de 15° la perte de charge est pratiquement indépendante du nombre de Reynolds.

Si le diffuseur est suivi d'un tuyau aval les mêmes expressions et les mêmes coefficients sont valables puisque, comme nous l'avons indiqué précédemment, l'énergie cinétique est en pratique entièrement récupérée dans la canalisation prolongeant le diffuseur.

D'autre part, d'après les expériences de MM. Robertson et Ross, quand on augmente R_e le rendement simple montre une très légère augmentation, de la même façon que la traînée d'un corps profilé diminue. Ces chercheurs ont constaté que l'influence du nombre de Reynolds est plus forte quand on passe de l'angle de 7°,5 à 10°. Ce qui paraît contradictoire avec les résultats que nous venons d'indiquer.

En faisant une analogie avec les traînées des corps, il faut s'attendre à une influence du nombre de Reynolds plus prononcée pour les angles relativement élevés. Car l'amélioration du rendement en question est principalement due à la retardation du décollement, décollement qui joue un rôle plus important dans le cas de grandes ouvertures. Mais les résultats donnent l'impression qu'après une certaine ouverture (probablement entre 10° et 15°) le décollement ne peut plus être influencé par le nombre de Reynolds.

Rappelons, en outre, que l'influence du nombre de Reynolds R_θ (basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement) qui a été précédemment exposée en parlant de la prédiction de la séparation (voir *fig.* 23) pouvait changer de signe suivant les conditions. Ce qui présente un aspect similaire.

Quant à d'autres expérimentateurs, Gibson n'a constaté pratiquement aucun effet sensible sur le rendement, dans la zone où il expérimentait, soit $R_e = 0{,}5 \cdot 10^5$ à

$2{,}5 \cdot 10^5$. Squire a signalé une amélioration de l'ordre de 2 % en passant de $R_e = 10^5$ à $R_e = 10^6$.

En terminant, disons de toute façon cette influence est très légère et la plupart du temps reste dans la limite des erreurs de mesures.

D. — **Influence de l'intensité de la turbulence.**

Aucune étude systématique n'a été effectuée à ce sujet. Dans la majorité des cas les expérimentateurs ayant été gênés par la présence d'une fluctuation forte, ont pris des mesures spéciales pour la supprimer à l'entrée de leur divergent. Cottignies fut le premier à exprimer l'énergie due à la fluctuation (*fig.* 12) et il l'a fait intervenir dans le calcul des pertes de charge.

D'autre part, il a conclu qu'une légère fluctuation du débit n'a pas d'influence sur la perte de charge.

MESURES SPÉCIALES POUR CONTROLER LA COUCHE LIMITE

Il existe de nombreuses méthodes, plus ou moins efficaces, en vue de contrôler la couche limite, d'empêcher plus spécialement le décollement et d'augmenter ainsi le rendement. Nous nous bornerons à rappeler ci-après les méthodes les plus importantes.

1° **Aspiration de la couche limite.**

On aspire le fluide mort par des petits trous qui se trouvent sur la paroi à l'endroit où le décollement doit avoir lieu. Ainsi les filets liquides adhèrent forcément sur la paroi (pour plus de détails avoir recours : réf. [31] et [32]).

2° **Soufflage de la couche limite.**

Étant donné que la séparation de la couche limite est causée par le ralentissement excessif des vitesses à proximité de la paroi, en soufflant la couche de faible vitesse qui se trouve près de la paroi on accélère le filet fluide et on évite le décollement (réf. [33]).

3° **Générateur de Vortex.**

De petites ailettes montées sur la paroi de façon à donner au fluide une légère rotation, assurent un gradient de pression radial et ainsi on peut augmenter l'angle de divergence à une limite plus élevée sans avoir à craindre la séparation (réf. [34]). Ce système trouve son application plutôt dans les diffuseurs annulaires.

4° **Plaque centrale.**

Quand une plaque centrale est placée sur l'axe d'un diffuseur plan de grand angle d'ouverture, en le divisant en deux divergents, on constate une amélioration appréciable de récupération même si cette plaque est relativement courte. Pour donner

une idée sur l'ordre de grandeur de l'amélioration qui peut être réalisée par cette méthode, nous avons reproduit sur la *figure* 16 *a* les résultats de M. Reid (réf. [20]).

Cet effet, à notre avis, pourrait avoir deux causes : à savoir que, d'une part, en plaçant la plaque on obtient deux divergents de petit angle dans la partie amont, d'autre part, le profil de vitesses devient moins pointu qu'auparavant dans la partie aval par présence du sillage de la plaque, permettant ainsi d'avoir un coefficient d'énergie réduit à la sortie.

Si l'évasement du diffuseur original était déjà faible, par exemple, plus petit que la divergence optimale, l'effet serait défavorable puisque dans cette condition l'introduction de deux surfaces de friction supplémentaires causerait une perte plus importante que les avantages précités. Ce raisonnement, quoique en désaccord avec celui de M. Kline (réf. [12]), semble être approuvé par les diagrammes de la *figure* 16 *a*.

Cette méthode encore, croyons-nous, peut être appliquée avec succès aux diffuseurs coniques de grande ouverture, en utilisant un anneau conique au lieu d'une plaque.

Chapitre II

ÉCOULEMENT GIRATOIRE

1 ÉQUATION GÉNÉRALE DU MOUVEMENT GIRATOIRE

Nous entendons par mouvement giratoire un écoulement qui a un axe de symétrie Cela revient à supposer que, en coordonnées cylindriques, les vitesses ainsi que les pressions ne dépendent pas de l'angle Φ. Si, en plus, on considérait que les vitesses restent toujours dans les plans méridiens on obtiendrait un écoulement de révolution, ce qui ne nous intéresse pas particulièrement dans ce chapitre, puisque nous voulons plutôt analyser l'effet de la rotation.

Prenons l'équation générale d'un fluide visqueux et incompressible (équation de Navier-Stokes), F désigne la force extérieure, appliquée à l'unité de masse :

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F} - \frac{1}{\rho}\overrightarrow{\text{grad}}\, p + \nu\,\overrightarrow{\nabla^2 V}. \tag{43}$$

En coordonnées cylindriques, les trois composantes de cette équation s'écrivent :

$$\frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_T}{r}\cdot\frac{\partial V_r}{\partial \Phi} - \frac{V_T^2}{r} + V_x\frac{\partial V_r}{\partial x} = F_r - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\mu}{\rho}[\nabla^2 V]_r. \tag{43 a}$$

$$\frac{\partial V_T}{\partial t} + V_r\frac{\partial V_T}{\partial r} + \frac{V_T}{r}\cdot\frac{\partial V_T}{\partial \Phi} + \frac{V_r V_T}{r} + V_x\frac{\partial V_T}{\partial x} = F_T - \frac{1}{\rho r}\frac{\partial p}{\partial \Phi} + \frac{\mu}{\rho}[\nabla^2 V]_T. \tag{43 b}$$

$$\frac{\partial V_x}{\partial t} + V_r\frac{\partial V_x}{\partial r} + \frac{V_T}{r}\cdot\frac{\partial V_x}{\partial \Phi} + V_x\frac{\partial V_x}{\partial x} = F_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}\cdot + \frac{\mu}{\rho}[\nabla^2 V]_x. \tag{43 c}$$

Les composantes du Laplacien étant :

$$[\nabla^2 V]_r = \frac{\partial^2 V_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_r}{\partial r} - \frac{V_r}{r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V_r}{\partial \Phi^2} - \frac{2}{r^2}\frac{\partial V_T}{\partial \Phi} + \frac{\partial^2 V_r}{\partial x^2}. \tag{44 a}$$

$$[\nabla^2 V]_T = \frac{\partial^2 V_T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_T}{\partial r} - \frac{V_T}{r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V_T}{\partial \Phi^2} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial V_r}{\partial \Phi} + \frac{\partial^2 V_T}{\partial x^2}. \tag{44 b}$$

$$[\nabla^2 V]_x = \frac{\partial^2 V_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_x}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V_x}{\partial \Phi^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2}. \tag{44 c}$$

d'autre part, l'équation de continuité est de la forme :

$$\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_r}{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_\tau}{\partial \Phi} + \frac{\partial V_x}{\partial x} = 0. \tag{45}$$

Pour un écoulement giratoire les dérivées partielles par rapport à Φ s'annulent. De plus, les forces extérieures, dans notre cas, étant les forces dues à la pesanteur, il n'y a aucun intérêt à les garder. On a donc :

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r\frac{\partial V_r}{\partial r} - \frac{V_\tau^2}{r} + V_x\frac{\partial V_r}{\partial x} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\mu}{\rho}[\nabla^2 V]_r,\\
&\frac{\partial V_\tau}{\partial t} + V_r\frac{\partial V_\tau}{\partial r} + \frac{V_r V_\tau}{r} + V_x\frac{\partial V_\tau}{\partial x} = \qquad + \frac{\mu}{\rho}[\nabla^2 V]_\tau,\\
&\frac{\partial V_x}{\partial t} + V_r\frac{\partial V_x}{\partial r} \qquad V_x\frac{\partial V_x}{\partial x} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho}[\nabla^2 V]_x.
\end{aligned} \tag{46}$$

et les composantes de $\overrightarrow{\nabla^2 V}$:

$$\begin{aligned}
[\nabla^2 V]_r &= \frac{\partial^2 V_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_r}{\partial r} - \frac{V_r}{r^2} + \frac{\partial^2 V_r}{\partial x^2},\\
[\nabla^2 V]_\tau &= \frac{\partial^2 V_\tau}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_\tau}{\partial r} - \frac{V_\tau}{r^2} + \frac{\partial^2 V_\tau}{\partial x^2},\\
[\nabla^2 V]_x &= \frac{\partial^2 V_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_x}{\partial r} \qquad + \frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2},
\end{aligned} \tag{47}$$

en tenant compte de l'équation de continuité les relations (46) peuvent être mises sous la forme :

$$\frac{\partial V_r}{\partial t} + \frac{\partial V_r^2}{\partial r} + \frac{\partial V_r V_x}{\partial x} + \frac{V_r^2}{r} - \frac{V_\tau^2}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} + \nu[\nabla^2 V]_r, \tag{48 a}$$

$$\frac{\partial V_\tau}{\partial t} + \frac{\partial V_\tau V_r}{\partial r} + \frac{\partial V_x V_\tau}{\partial x} + \frac{2 V_r V_\tau}{r} = \qquad + \nu[\nabla^2 V]_\tau, \tag{48 b}$$

$$\frac{\partial V_x}{\partial t} + \frac{\partial V_r V_x}{\partial r} + \frac{\partial V_x^2}{\partial x} + \frac{V_r V_x}{r} \qquad - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu[\nabla^2 V]_x, \tag{48 c}$$

2 CAS DE L'ÉCOULEMENT TURBULENT

Considérons un écoulement turbulent et permanent en moyenne. En un point de coordonnées (r, x), le vecteur vitesse instantané est composé d'une vitesse constante et d'une vitesse variable dite fluctuation dont la moyenne dans le temps est nulle. Donc v_r, v_τ, v_x désignant les composantes de la fluctuation et $\bar{V}_r$, $\bar{V}_\tau$, $\bar{V}_x$, celles de la vitesse moyenne, nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned}
V_r(r, x, t) &= \bar{V}_r(r, x) + v_r(r, x, t),\\
V_\tau(r, x, t) &= \bar{V}_\tau(r, x) + v_\tau(r, x, t),\\
V_x(r, x, t) &= \bar{V}_x(r, x) + v_x(r, x, t),
\end{aligned} \tag{49}$$

sans oublier les égalités suivantes :

$$\frac{1}{T}\int_0^T v_r\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T v_T\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T v_x\,dt = 0. \tag{50}$$

D'autre part, il en est de même pour la pression : $\bar{p}$ étant la pression moyenne dans le temps et p' la fluctuation de la pression, on a :

$$p = \bar{p} + p'. \tag{51}$$

Les équations (48) étant à tout instant valables, les vitesses peuvent être remplacées par les valeurs (49). Puis, en prenant les valeurs moyennes des deux membres, on aboutit aux équations dites de Reynolds.

Dans notre cas nous obtenons :

$$\bar{V}_r\frac{\partial \bar{V}_r}{\partial r} - \frac{\bar{V}_T^2}{r} + \bar{V}_x\frac{\partial \bar{V}_r}{\partial x} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial r} + \nu\,[\nabla^2 V]_r - \frac{\partial \overline{v_r^2}}{\partial r} - \frac{\overline{v_r^2}}{r} + \frac{\overline{v_T^2}}{r} - \frac{\partial \overline{v_r v_x}}{\partial x}. \tag{52 a}$$

$$\bar{V}_r\frac{\partial \bar{V}_T}{\partial r} + \frac{\bar{V}_r \bar{V}_T}{r} + \bar{V}_x\frac{\partial \bar{V}_T}{\partial x} = + \nu\,[\nabla^2 V]_T - \frac{\partial \overline{v_T v_r}}{\partial r} - \frac{\partial \overline{v_x v_T}}{\partial x} - \frac{2\,\overline{v_r v_T}}{r}. \tag{52 b}$$

$$\bar{V}_r\frac{\partial \bar{V}_x}{\partial r} + \bar{V}_x\frac{\partial \bar{V}_x}{\partial x} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial r} + \nu\,[\nabla^2 V]_x - \frac{\partial \overline{v_r v_x}}{\partial r} - \frac{\partial \overline{v_x^2}}{\partial x} - \frac{\overline{v_r v_x}}{r}. \tag{52 c}$$

de même pour l'équation de continuité on a :

$$\frac{\partial \bar{V}_r}{\partial r} + \frac{\partial \bar{V}_x}{\partial x} + \frac{\bar{V}_r}{r} = 0. \tag{52 d}$$

3 INTRODUCTION DES TENSIONS DE FROTTEMENT

L'équation dynamique du fluide peut être mise sous une autre forme, en faisant apparaître les tensions de frottement. Ceci revient à écrire les équations dites de Cauchy.

En considérant l'équilibre d'un élément de fluide et utilisant les notations et les signes indiqués sur la *figure* 29, nous écrivons, d'une façon générale, en coordonnées cylindriques :

$$\begin{aligned}
\rho\frac{d\bar{V}_r}{dt} &= -\left(\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \tau_T}{\partial \Phi} + \frac{\sigma_r - \sigma_T}{r} + \frac{\partial \tau_x}{\partial x}\right),\\
\rho\frac{d\bar{V}_T}{dt} &= -\left(\frac{\partial \tau_T}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \sigma_T}{\partial \Phi} + \frac{2\,\tau_T}{r} + \frac{\partial \tau_r}{\partial x}\right),\\
\rho\frac{d\bar{V}_x}{dt} &= -\left(\frac{\partial \tau_x}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \tau_r}{\partial \Phi} + \frac{\tau_x}{r} + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x}\right).
\end{aligned} \tag{53}$$

ce qui donne pour l'écoulement giratoire :

$$\rho \frac{d V_r}{dt} = -\left(\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_T}{r} + \frac{\partial \tau_x}{\partial x}\right),$$

(53 *a*)
$$\rho \frac{d V_T}{dt} = -\left(\frac{\partial \tau_T}{\partial r} + \frac{2\,\tau_T}{r} + \frac{\partial \tau_x}{\partial x}\right),$$

$$\rho \frac{d V_x}{dt} = -\left(\frac{\partial \tau_x}{\partial r} + \frac{\tau_x}{r} + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x}\right).$$

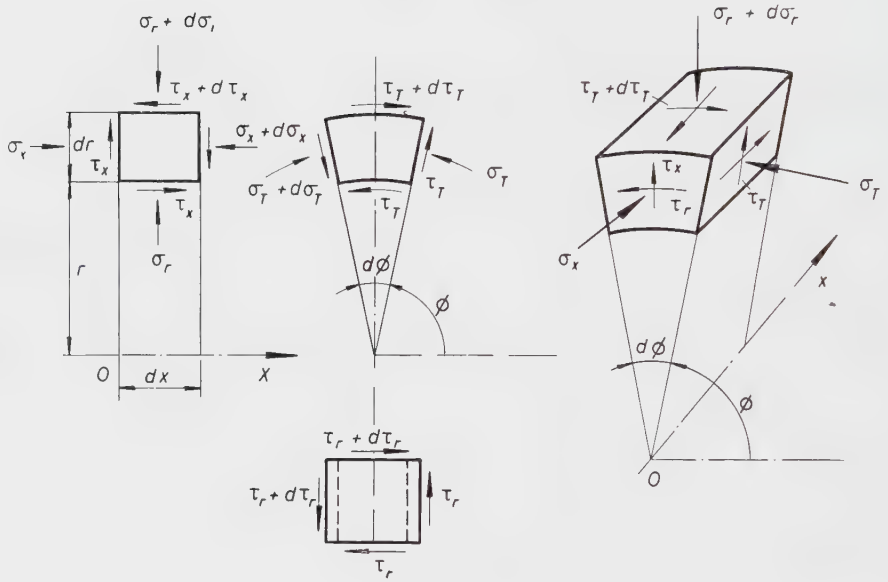


Fig. 29

Dans le cas de l'écoulement laminaire les tensions en question ont pour expression :

$$\sigma_r = p - 2\,\mu \frac{\partial V_r}{\partial r}, \qquad \tau_r = -\mu\left(\frac{\partial V_T}{\partial x} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_x}{\partial \Phi}\right);$$

(54)
$$\sigma_T = p - 2\,\mu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial V_T}{\partial \Phi} + \frac{V_r}{r}\right), \qquad \tau_T = -\mu\left[r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{V_T}{r}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial V_r}{\partial \Phi}\right];$$

$$\sigma_x = p - 2\,\mu \frac{\partial V_x}{\partial x}, \qquad \tau_x = -\mu\left(\frac{\partial V_r}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial r}\right),$$

pour l'écoulement giratoire et laminaire, on aura encore :

$$\sigma_r = p - 2\,\mu \frac{\partial V_r}{\partial r}, \qquad \tau_r = -\mu \frac{\partial V_T}{\partial x};$$

(54 *a*)
$$\sigma_T = p - 2\,\mu \frac{V_r}{r}, \qquad \tau_T = -\mu\, r \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{V_T}{r}\right);$$

$$\sigma_x = p - 2\,\mu \frac{\partial V_x}{\partial r}, \qquad \tau_x = -\mu\left(\frac{\partial V_r}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial r}\right).$$

Pour un écoulement turbulent (permanent en moyenne) les équations (53) seront toujours valables à condition de modifier les tensions, c'est-à-dire qu'il faut tenir compte des tensions fictives créées par la turbulence. La comparaison des équations (52) et (53) donne les expressions des tensions totales qui comprennent, outre la pression, des termes dus à la viscosité et des termes dus à la turbulence qui s'appellent « les tensions de Reynolds ».

Nous aurons donc pour l'écoulement giratoire :

$$\sigma_r = p - 2\mu \frac{\partial V_r}{\partial r} + \overline{v_r^2}, \qquad \tau_r = -\mu \frac{\partial V_T}{\partial x} + \rho \overline{v_T v_x};$$

(55)
$$\sigma_T = p - 2\mu \frac{V_r}{r} + \overline{v_T^2}, \qquad \tau_T = -\mu r \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{V_T}{r}\right) + \rho \overline{v_r v_T};$$

$$\sigma_x = p - 2\mu \frac{\partial V_x}{\partial x} + \overline{v_x^2}, \qquad \tau_x = -\mu \left(\frac{\partial V_r}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial r}\right) + \rho \overline{v_r v_x}.$$

4 INTÉGRATION DES ÉQUATIONS DE REYNOLDS DANS UNE SECTION TRANSVERSALE DE LA CANALISATION

Considérons un écoulement giratoire turbulent dans une canalisation de révolution qui a pour axe de symétrie xx' (*fig.* 30).

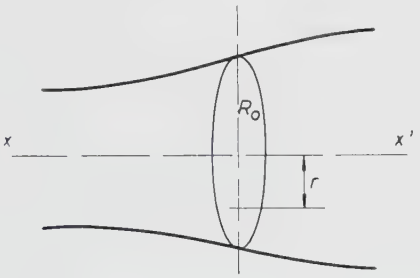


Fig. 30

Cet écoulement est défini par les relations (52); il suffit de considérer les conditions aux limites. Nous avons sur la paroi :

$$r = R_0, \qquad V_x = V_T = V_r = v_x = v_T = v_r = 0.$$

En plus, si φ est petit on peut supposer que les dérivées partielles par rapport à x sont négligeables devant les dérivées par rapport à r :

$$\frac{\partial}{\partial x} \ll \frac{\partial}{\partial r}.$$

Pratiquement, cette condition est vérifiée dans le cas où la section est loin d'une singularité et qu'en même temps la variation de section est graduelle.

4,1 **Intégration de la composante radiale.**

Avec simplification l'équation (52 *a*) devient comme ci-dessous, en ne gardant plus, dans tout ce qui suit, le signe de moyenne :

$$(56)\qquad V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} - \frac{V_T^2}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} + \nu\left[\frac{\partial^2 V_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_r}{dr} - \frac{V_r}{r^2}\right] - \frac{\partial \overline{v_r^2}}{\partial r} - \frac{v_r^2}{r} + \frac{v_T^2}{r},$$

les vitesses radiales étant négligeables en présence des autres composantes, on obtient :

$$(57)\qquad \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{V_T^2}{r} + \frac{v_T^2 - v_r^2}{r} - \frac{\partial \overline{v_r^2}}{\partial r},$$

finalement, l'intégration sur un rayon donne :

$$(58)\qquad \frac{p_{R_0} - p_0}{\rho} = \int_0^{R_0} \frac{V_T^2}{r}\,dr + \int_0^{R_0} \frac{v_T^2 - v_r^2}{r}\,dr + \left| \overline{v_r^2} \right|_0^{R_0}.$$

4,2 **Intégration de la composante tangentielle.**

Quant à l'équation (52 *b*), elle s'écrit :

$$V_r \frac{\partial V_T}{\partial r} + \frac{V_T V_r}{r} + V_x \frac{\partial V_T}{\partial x} = \nu\left[\frac{\partial^2 V_T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_T}{\partial r} - \frac{V_T}{r^2} + \frac{\partial^2 V_T}{\partial x^2}\right] - \frac{\partial \overline{v_T v_r}}{\partial r} - \frac{\partial \overline{v_x v_T}}{\partial x} - \frac{2\overline{v_T v_r}}{r},$$

en tenant compte de l'équation de continuité et de $\frac{\partial}{\partial x} \ll \frac{\partial}{\partial r}$, on en vient à :

$$(59)\qquad \frac{\partial V_T V_r}{\partial r} + \frac{\partial V_x V_T}{\partial x} + \frac{2 V_T V_r}{r} = \nu\left[\frac{\partial^2 V_T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_T}{\partial r} - \frac{V_r}{r^2}\right] - \frac{\partial \overline{v_T v_r}}{\partial r} - \frac{\partial \overline{v_x v_T}}{\partial x} - \frac{2\overline{v_T v_r}}{r},$$

d'autre part, comme on pourrait faire les simplifications :

$$\frac{\partial V_T V_r}{\partial r} + \frac{2 V_T V_r}{r} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial (r^2 V_T V_r)}{\partial r},$$

$$\frac{\partial \overline{v_T v_r}}{\partial r} + \frac{2\overline{v_T v_r}}{r} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial \left(r^2 \overline{v_T v_r}\right)}{\partial r},$$

l'équation (59) devient :

$$(60)\quad \frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial\,(r^2\,V_T\,V_r)}{\partial\,r}+\frac{\partial\,V_x\,V_T}{\partial\,x}=\nu\left[\frac{\partial^2 V_T}{\partial\,r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial V_T}{\partial\,r}-\frac{V_T}{r^2}\right]-\frac{1}{r^2}\frac{\partial\left(r^2\,\overline{v_T\,v_r}\right)}{\partial\,r}-\frac{\partial\,v_x\,\overline{v_T}}{\partial\,x},$$

d'où, en remplaçant le terme en crochet par :

$$\frac{\partial^2 V_T}{\partial\,r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial V_T}{\partial\,r}-\frac{V_T}{r^2}=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial\,r}\left[r^3\,\frac{\partial\left(\frac{V_T}{r}\right)}{\partial\,r}\right],$$

on obtient :

$$(61)\quad \frac{\partial\,r^2\,V_T\,V_r}{\partial\,r}+r^2\,\frac{\partial\,V_x\,V_T}{\partial\,x}=\nu\frac{\partial}{\partial\,r}\left[r^3\,\frac{\partial}{\partial\,r}\left(\frac{V_T}{r}\right)\right]-\frac{\partial\,r^2\,v_T\,v_r}{\partial\,r}-r^2\,\frac{\partial\,v_x\,v_T}{\partial\,x}.$$

L'intégration de cette équation, entre l'axe et le rayon R, nous donne finalement :

$$(62)\quad \int_0^R r^2\left(\frac{\partial\,V_x\,V_T}{\partial\,x}+\frac{\partial\,v_x\,v_T}{\partial\,x}\right)dr=\frac{R^2}{\rho}\left[\mu\,R\,\frac{\partial}{\partial\,r}\left(\frac{V_T}{r}\right)-\rho\,v_T\,v_r\right]-R^2\,V_T\,V_r.$$

Cette expression est très importante, elle permet aussi d'évaluer la force de frottement tangentielle, comme nous le verrons ci-après.

En vertu de (55) la tension de frottement tangentielle a pour expression :

$$\tau_T=-\mu\,r\,\frac{\partial}{\partial\,r}\left(\frac{V_T}{r}\right)+\rho\,v_T\,v_r,$$

donc on tire de l'équation (62), pour un rayon quelconque :

$$(63)\quad \tau_T=-\frac{1}{R^2}\int_0^R\left(\rho\,\frac{\partial\,V_x\,V_T}{\partial\,x}+\rho\,\frac{\partial\,\overline{v_x\,v_T}}{\partial\,x}\right)r^2\,.\,dr-\rho\,V_T\,V_r.$$

A la paroi de la canalisation le deuxième terme s'annule, dans le cas où les gradients des produits de fluctuation sont négligeables la relation se réduit à :

$$(64)\quad \tau_{T_0}=-\frac{1}{R_0^2}\int_0^{R_0}\frac{\partial\,\rho\,V_x\,V_T}{\partial\,x}\,.\,r^2\,dr\quad.$$

Remarquons que la dernière relation est non seulement valable sur la paroi, mais encore applicable dans une bonne portion de la couche limite où les vitesses radiales peuvent être supposées nulles.

Deux cas à étudier :

1° Cas de canalisation rectiligne.

R_0 étant constant la tension de frottement s'écrit :

$$\tau_{T_0} = -\frac{1}{R_0^2}\frac{d}{dx}\int_0^{R_0} \rho\, V_x V_T \cdot r^2\, dr \tag{65}$$

et représente une formule très utile pour calculer la force de frottement en partant des mesures expérimentales.

2° Cas de divergent.

La force de frottement tangentielle à la paroi d'un divergent est différente; si on considère l'équilibre d'un anneau élémentaire (*fig.* 31), on trouve :

$$(\tau_T)_p = \cos\theta\, \tau_T \tag{66}$$

étant l'angle de divergence.

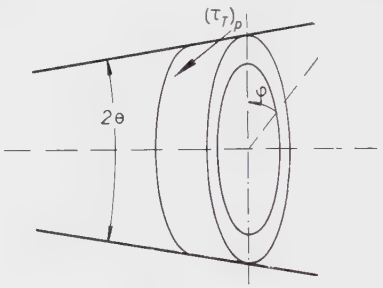


Fig. 31

Donc on peut calculer cette force à l'aide de l'équation suivante :

$$(\tau_T)_p = -\cos\theta\, \frac{\rho}{R_0^2}\int_0^{R_0} \frac{\partial V_x V_T}{\partial x} \cdot r^2\, dr. \tag{67}$$

Mais pour la calculer à partir des mesures de vitesses, il est plus commode d'avoir l'opération de dérivée partielle à l'extérieur de l'intégrale. Il faut donc prendre en considération la variation du rayon en fonction de x. Or, on démontre en analyse que :

$$\frac{d}{dx}\int_0^{R(x)} f(x, r)\, dr = \int_0^{R} \frac{\partial f(x, r)}{\partial x} \cdot dr + f(x, R)\, \frac{\partial R}{\partial x},$$

dans notre cas, ceci donne :

$$(\tau_T)_p = -\cos\theta\, \frac{1}{R_0^2}\frac{d}{dx}\int_0^{R_0} \rho\, V_x V_T\, r^2\, dr - \rho\, (V_x V_T)_p \sin\theta,$$

d'où, les vitesses étant nulles à la paroi, on obtient simplement :

$$(\tau_T)_p = -\cos\theta\, \frac{1}{R_0^2}\frac{d}{dx}\int_0^{R_0} \rho\, V_x V_T\, r^2 \cdot dr. \tag{68}$$

4,3 Intégration de la composante axiale.

Prenons l'équation (52 *c*) et mettons le premier membre sous une forme identique à celle de l'équation (48 *c*) :

$$\frac{\partial V_r V_x}{\partial r} + \frac{\partial V_x^2}{\partial x} + \frac{V_r V_x}{r}$$

$$= -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\left[\frac{\partial V_x^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_x}{\partial r} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2}\right] - \frac{\partial \overline{v_r v_x}}{\partial r} - \frac{\partial \overline{v_x^2}}{\partial x} - \frac{\overline{v_r v_x}}{r},$$

en tenant compte de $\frac{\partial}{\partial x} \ll \frac{\partial}{\partial r}$ et des égalités suivantes :

$$\frac{\partial V_r V_x}{\partial r} + \frac{V_r V_x}{r} = \frac{1}{r}\frac{\partial r V_x V_r}{\partial r}, \qquad \frac{\partial \overline{v_r v_x}}{\partial r} + \frac{\overline{v_r v_x}}{r} = \frac{1}{r}\frac{\partial r \overline{v_r v_x}}{\partial r};$$

nous obtenons :

$$(69) \qquad \frac{\partial V_x^2}{\partial x} + \frac{1}{r}\frac{\partial r V_x V_r}{\partial r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} r\left(\frac{\partial V_x}{\partial r}\right)\right] - \frac{1}{r}\frac{\partial r \overline{v_r v_x}}{\partial r} - \frac{\partial \overline{v_x^2}}{\partial x},$$

après avoir multiplié par r, par intégration entre 0 et R, on arrive à :

$$(70) \qquad \int_0^R \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} r\,dr + \int_0^R \frac{\partial V_x^2}{\partial x} \cdot r\,dr = \nu R \frac{\partial V_x}{\partial r} - R\overline{v_x v_r} - R V_x V_r - \int_0^R \frac{\partial \overline{v_x^2}}{\partial x} \cdot r\,dr.$$

De même que précédemment, on peut faire intervenir la force de frottement, qui a pour expression, d'après (55) :

$$\tau_x = -\mu \frac{\partial V_x}{\partial r} + \rho \overline{v_r v_x},$$

dans ce cas (70) devient, pour un rayon quelconque :

$$(71) \qquad \frac{1}{\rho}\tau_x = -\frac{1}{R}\int_0^R \left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial V_x^2}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v_x^2}}{\partial x}\right) r\,dr - V_x V_r.$$

D'une façon analogue au cas précédent nous obtenons la tension de frottement axiale à la paroi :

$$(72) \qquad \tau_{x_0} = -\frac{1}{R_0}\int_0^{R_0} \frac{\partial}{\partial x}(p + \rho V_x^2) \cdot r\,dr.$$

Cette relation est générale et très utile pour le calcul de la force de frottement axiale à partir des mesures expérimentales.

1° Cas de la canalisation rectiligne.

Lorsque R = C^te, on peut simplement écrire :

$$\tau_{x_0} = -\frac{1}{R_0}\frac{d}{dx}\int_0^{R_0}(p + \rho V_x^2)\, r\, dr. \tag{73}$$

Cette relation peut être mise sous une autre forme en introduisant les coefficients de quantité de mouvement β et de γ' pression. Posons :

$$\beta = \frac{\iint \rho V_x^2\, d\sigma}{\rho U^2 R^2 \pi} = \int_0^1 \left(\frac{V_x}{U}\right)^2 d\left(\frac{r}{R_0}\right)^2. \tag{74}$$

$$\gamma' = \frac{\iint p\, d\sigma}{\rho \frac{U^2}{2} \pi R^2} = \int_0^1 \frac{p}{\bar{p}_d}\, d\left(\frac{r}{R_0}\right)^2, \tag{75}$$

on aboutit alors à la formule suivante :

$$\tau_{x_0} = -R_0 \cdot \bar{p}_d \frac{d}{dx}\left(\beta + \frac{\gamma'}{2}\right). \tag{76}$$

2° Cas du divergent.

L'expression (72) est aussi applicable à un divergent, pourvu que son angle de divergence ne soit trop exagéré. Il est, d'autre part, aisé de voir,

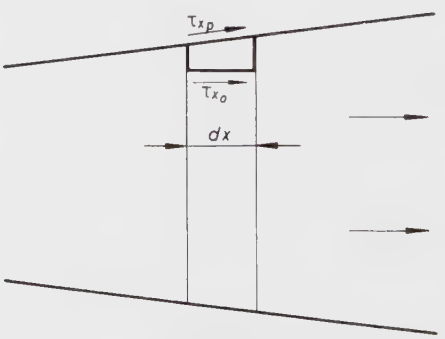


Fig. 32

en considérant l'équilibre d'un anneau élémentaire de fluide en contact avec la paroi (*fig.* 32), que la force de frottement axiale sur la paroi est simplement égale à la force de frottement τ_{x_0} habituelle. Donc, pour calculer la force de frottement à la paroi, on peut utiliser directement la formule (72). Il faut cependant tenir compte du fait que le rayon R est une fonction de x ($dR_0 = \text{tg}\,\theta \cdot dx$). On a alors :

$$(\tau_x)_p = -\frac{1}{R_0}\int_0^{R_0(x)} \frac{\partial(\rho V_x^2 + p)}{\partial x} \cdot r\, dr - \rho V_x^2 \,\text{tg}\,\theta, \tag{77}$$

en se servant d'une propriété de l'intégrale finie (voir paragr. précédent), on peut aussi l'écrire sous la forme :

$$(\tau_x)_p = -\frac{1}{R_0}\frac{d}{dx}\int_0^{R_0(x)} (\rho V_x^2 + p)\, r \,.\, dr + \operatorname{tg}\theta \,.\, p_0. \tag{78}$$

Lors de l'application de cette dernière relation il ne faut pas perdre de vue que le premier terme du deuxième membre est une fonction de la pression, par contre, la tension de frottement $(\tau_x)_p$ est indépendante de p_0.

Remarques.

Nous venons de faire les intégrations des trois composantes de l'équation dynamique d'un écoulement giratoire dans une section transversale de la canalisation.

La première intégration qui a abouti à la formule (58), donne la répartition de pressions sur un rayon. Cette formule est connue sous sa forme simple, c'est-à-dire sans tenir compte des termes dus aux fluctuations, sous le nom de « condition d'équilibre radial ». Car, quand la relation est satisfaite, les vitesses radiales sont nulles et, par conséquent, il n'y a pas de transfert de fluide dans la direction radiale et chaque particule garde, en moyenne, sa distance à l'axe. Ici, nous voyons l'effet des fluctuations sur l'équilibre radial dont l'importance sera discutée au chapitre VI.

La formule (64), qui a été obtenue par l'intégration de la deuxième composante de l'équation dynamique, permet de calculer, comme on l'a indiqué, la force de frottement tangentielle à la paroi. Cette formule peut être établie d'une manière plus simple en appliquant le théorème du moment cinétique. Mais ici encore, sous la forme (63), nous voyons l'influence du frottement de Reynolds.

Enfin, à l'aide de l'expression (72) on pourrait calculer la force de frottement axiale à la paroi. Elle peut aussi être déduite du théorème de quantité de mouvement.

5 APPLICATION DU THÉORÈME DE QUANTITÉ DE MOUVEMENT A UN ÉLÉMENT DU DIVERGENT (PROJECTION SUR L'AXE)

Considérons le volume compris entre deux sections transversales infiniment proches. Soit τ_{xp} la tension de frottement axiale à la paroi dans le sens opposé à l'écoulement, p la pression statique qui varie généralement suivant le rayon, p_0 la pression à la paroi. La quantité de mouvement sortant en unité de temps s'écrit (voir *fig.* 33) :

$$\frac{\partial\, \beta\, \rho\, SU^2}{\partial x} \cdot dx = \frac{\partial}{\partial x}\left(\iint_S \rho V_x^2\, d\sigma\right) dx.$$

Projetons aussi les forces agissant sur le volume. Les forces dues à la pression se résument en deux catégories. La première contient les forces de pression agissant sur les deux surfaces fictives S_1 et S_2, qui auront pour expression :

$$-\frac{\partial \iint p\, d\sigma}{\partial x} \cdot dx.$$

La deuxième catégorie de forces de pression peut être considérée comme la réaction de la paroi sur le fluide; ce qui donne :

$$p_0 \,.\, 2\,\pi\,R_0 \,.\, \operatorname{tg}\,\theta \,.\, dx.$$

Par ailleurs, nous écrivons la projection des forces de frottement, comme suit :

$$\tau_{xp} \cdot \cos\theta \cdot \frac{2\,\pi\,R_0}{\cos\theta} \cdot dx.$$

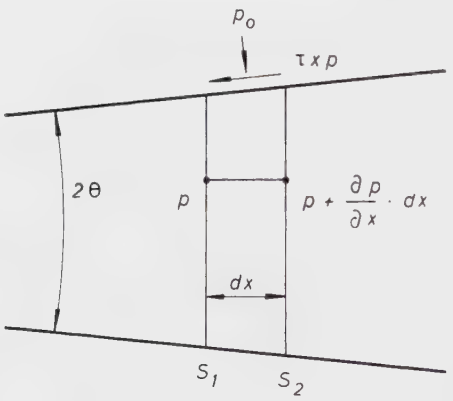


Fig. 33

Donc, en les combinant en vertu du théorème de quantité de mouvement, nous obtenons :

$$(79) \qquad \frac{\partial\,\beta\,\rho\,SU^2}{\partial\,x} = -\frac{\partial \iint p\,d\,\sigma}{\partial\,x} + 2\,\pi\,R_0\,p_0\,\operatorname{tg}\,\theta - \tau_{xp}\,.\,2\,\pi\,R_0,$$

soit, pour la force de frottement :

$$(80) \qquad \tau_{xp} = -\frac{1}{2\,\pi\,R_0}\left[\frac{\partial\,\rho\,\beta\,QU}{\partial\,x} + \frac{\partial \iint p\,d\,\sigma}{\partial\,x}\right] + p_0\,\operatorname{tg}\,\theta,$$

ce qui ne diffère pas essentiellement de l'expression (78). Lorsque l'écoulement ne contient pas de composante rotationnelle la pression étant uniformément distribuée dans une section, la relation précédente se réduit à :

$$(80\ a) \qquad \tau_{xp} = -\frac{\rho\,Q}{2\,\pi\,R_0} \cdot \frac{\partial\,\beta\,U}{\partial\,x} - \frac{R_0}{2}\,\frac{dp}{dx},$$

soit :

$$\tau_{xp} = -\frac{\rho\,Q^2}{2\,\pi\,R_0}\,\frac{\partial\,\frac{\beta}{S}}{\partial\,x} - \frac{R_0}{2}\,\frac{dp}{dx}.$$

On peut encore démontrer que :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\beta}{S}\right) = \frac{1}{S}\frac{\partial \beta}{\partial x} - \frac{\beta}{S^2} \cdot 2\pi R_0 \operatorname{tg} \theta$$

et, par suite, après quelques opérations, on arrive à :

$$\tau_{xp} = -\frac{\rho U^2}{2}\left(R\frac{d\beta}{dx} - 2\beta \operatorname{tg}\theta\right) - \frac{R\,dp}{2\,dx}. \tag{81}$$

6 ÉCOULEMENT GIRATOIRE EN AVAL D'UN DISTRIBUTEUR AXIAL

Nous voulons démontrer dans ce paragraphe, une propriété très intéressante de l'écoulement hélicoïdal, une propriété qui entraîne, la plupart du temps, des difficultés et des pertes considérables dans les ouvrages techniques.

Quand un fluide ne suit pas la paroi, on parle généralement d'une séparation. Mais, comme nous l'avons déjà vu au chapitre précédent, il y a plusieurs phases dans ce phénomène. Le début de la séparation est causé par un effet retardateur sur la couche limite, ce qui fait perdre, en somme, toute l'énergie cinétique des filets voisins de la paroi et, par suite, il se forme des petits décollements. Si dans cette phase, par un moyen quelconque, on arrive à accélérer ces filets-fluides, on peut empêcher le décollement. Si l'on continue à augmenter la divergence de la paroi, la séparation se développe et, dans la dernière phase, le fluide se forme en un jet bien déterminé et il n'est pas possible, dans ce cas, d'empêcher la séparation par regénération de la couche limite. On peut trouver d'autres exemples dans lesquels le fluide possède une surface de discontinuité qui n'est pas en contact avec la paroi (telle que dans les mouvements de Helmholtz). On peut étudier ce type de mouvement sans tenir compte de la couche limite ni du frottement et pourtant arriver à des conclusions qui sont en bon accord avec l'expérience.

Il est bien entendu que lorsque le nombre de Reynolds est extrêmement petit on ne peut guère parler de la séparation. Mais, au contraire, quand le nombre de Reynolds est très élevé et que les forces d'inertie sont prépondérantes, le fluide agit presque comme s'il n'y avait pas de frottement.

Dans le cas d'un écoulement giratoire de rotation élevée, il semble se former une cavité au centre de la canalisation et on peut calculer le diamètre de cette zone de fluide mort par le principe du maximum de débit ou du minimum d'énergie cinétique, d'après Bammert et Klaukens.

En réalité, ce qui est certain expérimentalement, c'est la présence, pour les rotations fortes, d'une zone centrale dans laquelle le fluide tourne en bloc. Quant aux vitesses axiales dans cette zone elles peuvent avoir des valeurs très petites et mêmes négatives (réf. [36] [38]). D'après Bammert (réf. [40]) cette zone n'est autre que la conséquence du noyau de fluide mort; nous démontrerons plus loin que ce raisonnement n'est pas correct. On peut d'abord très bien avoir une telle zone par suite du frottement. Nous croyons toutefois que l'effet de la séparation interne est indéniable.

Considérons une canalisation cylindrique communiquant avec deux chambres infiniment grandes ayant des pressions différentes, plaçons à l'entrée un appareil inclineur à pales multiples (*fig.* 34). Supposons que le fluide sans frottement coule du réservoir amont au réservoir aval sous l'effet de la différence de pression. Soit p_0 la pression dans la chambre amont, p_a dans la chambre aval; p_1 la pression en un point immédiatement à l'aval de l'appareil directeur. Supposons encore que les aubes de cet inclineur nous assurent une inclinaison à l'entrée. D'après le théorème de Bernoulli, nous avons :

$$p_0 = p_1 + \rho \frac{V^2}{2}, \tag{82}$$

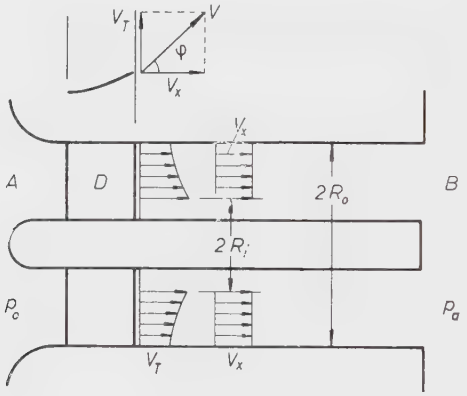


Fig. 34

d'où l'on tire :

$$p_0 - p_1 = \frac{\rho V_x^2}{2 \cos^2 \varphi}, \tag{82 a}$$

en dérivant par rapport à r :

$$-\frac{dp_1}{dr} = \frac{\rho}{2 \cos^2 \varphi} \cdot \frac{d V_x^2}{dr} + \frac{\rho V_x^2}{\cos^3 \varphi} \cdot \sin \varphi \frac{d \varphi}{dr}. \tag{83}$$

D'autre part, si l'on néglige les vitesses radiales, l'équation du mouvement s'écrit en direction radiale [voir éq. (48 *a*)] :

$$\frac{dp_1}{dr} = \frac{\rho V_T^2}{r} = \rho \frac{V_x^2}{r} \cdot \operatorname{tg}^2 \varphi. \tag{84}$$

Éliminons la dérivée de la pression entre les deux dernières relations. Il vient :

$$\frac{1}{2 V_x^2} \cdot \frac{d V_x^2}{dr} + \operatorname{tg} \varphi \frac{d \varphi}{dr} + \frac{\sin^2 \varphi}{r} = 0.$$

En posant :

$$\frac{d \operatorname{Lg} r}{dr} = \frac{1}{r} \quad \text{et} \quad \frac{d \operatorname{Lg} V_x^2}{dr} = \frac{1}{V_x^2} \frac{d V_x^2}{dr},$$

on obtient finalement :

$$\sin^2 \varphi \frac{d \operatorname{Lg} r}{dr} + \frac{1}{2} \cdot \frac{d \operatorname{Lg} V_x^2}{dr} + \operatorname{tg} \varphi \frac{d \varphi}{dr} = 0. \tag{85}$$

Premier cas. — Supposons que la forme des pales soit choisie de façon à satisfaire l'écoulement potentiel. Ceci revient à donner aux pales une répartition d'angle de la forme.

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{R_0}{r} \operatorname{tg} \varphi_0. \tag{86}$$

Sous cette condition il est facile de voir que les deux répartitions des composantes de vitesse sont satisfaites avec (85), soit :

$$V_r \cdot r = C^{te}, \qquad V_x = C^{te}.$$

La vitesse axiale pouvant être déterminée d'après (82 *a*), le débit se calcule facilement pourvu qu'on connaisse la section exacte à travers laquelle le fluide s'écoule. Or, il est possible qu'il se forme une surface de discontinuité à l'intérieur de la canalisation; en pratique cela revient à admettre l'existence d'un noyau dans lequel il n'y a pas de mouvement. Dans ce noyau la pression sera forcément celle de la chambre aval. Le diamètre du noyau que nous voulons déterminer est désigné par $2 R_i$. En écrivant (82 *a*) et (86) pour la surface du noyau on exprime V_x en fonction de R_i et, avec :

$$Q = \pi (R_0^2 - R_i^2) V_x,$$

on aboutit à :

$$\frac{\rho}{2 \pi^2 R_0^4} \cdot \frac{Q^2}{p_0 - p_a} = \frac{\left[1 - \left(\frac{R_i}{R_0}\right)^2\right]^2}{\left[1 + \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi_0}{\left(\frac{R_i}{R_0}\right)^2}\right]}. \tag{87}$$

Cette dernière expression donne la variation du débit en fonction du rayon R_i du noyau, pour une différence de pression Δp et une inclinaison φ_0 donnée, et est représentée par une courbe de la forme de la *figure* 35. Quand R_i est nul ou égal au rayon du tuyau, le débit s'annule. D'autre part, il existe une valeur de R_i pour laquelle le débit devient maximal. Donc, en admettant le principe du maximum de débit, il est logique de penser que dans ces conditions l'écoulement n'occupera pas la section entière de la canalisation, laissant ainsi une zone centrale vide dont le rayon R_i dépend de la rotation et se calcule à l'aide de l'équation (87). La *figure* 36 montre les diagrammes calculés, d'après cette formule, par Bammert; en ordonnée est porté l'inverse du premier membre de l'équation (87). Donc ce sont les points minimaux qui nous intéressent dans ce graphique. Chaque courbe correspond à une inclinaison donnée à la paroi.

D'après Bammert ces diagrammes sont encore utilisables pour les cas où la canalisation comprend un étranglement.

S'il existe un étranglement, en aval de l'inclineur, causant ainsi une diminution de pression, on se trouve sur le bras gauche de la courbe; si, au contraire, on met un étranglement en amont, le point de fonctionnement est sur le bras droit. Ceci indique que l'étranglement aval a pour effet de diminuer le rayon du noyau.

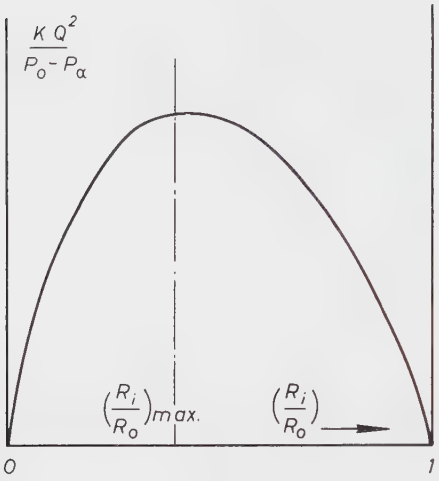


Fig. 35

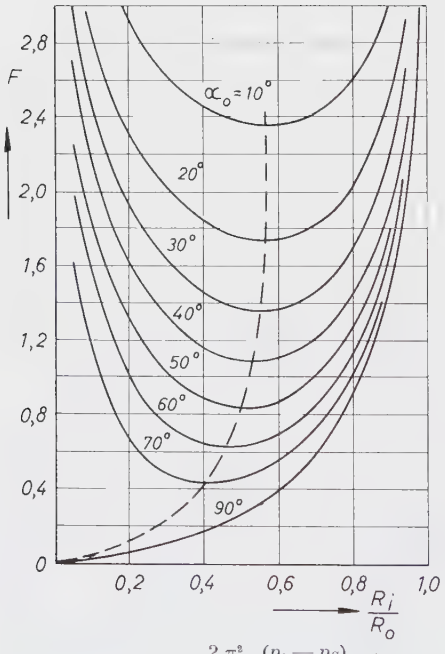


Fig. 36. — $F = \frac{2\pi^2}{\rho} \cdot \frac{(p_0 - p_a)}{Q^2} R_0^4$

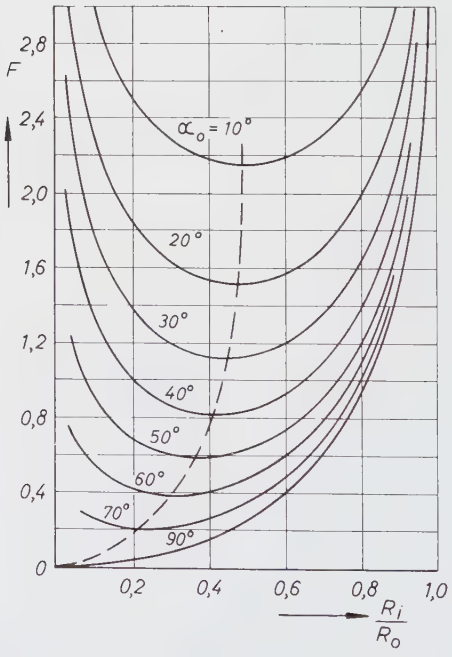


Fig. 37

Deuxième cas. — Considérons maintenant un inclineur dont l'angle est constant sur un rayon.

Dans l'expression (85), en faisant $\frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0$, nous écrivons :

$$\frac{d \operatorname{Lg} V_x}{dr} + \sin^2 \varphi \cdot \frac{d \operatorname{Lg} r}{dr} = 0,$$

d'où, par intégration, on obtient :

$$V_x = \frac{C}{r^{\sin^2 \varphi}}. \tag{88}$$

La constante d'intégration C peut être déterminée à l'aide de l'équation (82 *a*) où on connaît la valeur de la vitesse axiale pour le rayon R_i. On aura donc :

$$p_0 - p_a = \frac{\rho}{2} \frac{C^2}{R_i^{2\sin^2 \varphi}} \cdot \frac{1}{\cos^2 \varphi}. \tag{89}$$

D'autre part, le débit correspondant au noyau de rayon R_i :

$$Q = 2\pi \int_{R_i}^{R_0} V_x \cdot r \, dr = 2\pi C \cdot \int_{R_i}^{R_0} \frac{r \, dr}{r^{\sin^2 \varphi}} = 2\pi C \int_{R_i}^{R_0} r^{\cos^2 \varphi} \cdot dr. \tag{90}$$

En éliminant C entre ces deux dernières relations, on trouve finalement :

$$\frac{\rho}{2\pi^2 R_0'^4} \frac{Q^2}{p_0 - p_a} = \frac{4 \cos^2 \varphi}{(1 + \cos^2 \varphi)^2} \left[1 - \left(\frac{R_i}{R_0}\right)^{1+\cos^2 \varphi}\right]^2 \left(\frac{R_i}{R_0}\right)^{2\sin^2 \varphi}. \tag{91}$$

On voit que dans le cas où l'angle de l'inclineur est constant on arrive à un résultat similaire. Les diagrammes correspondant à cette condition sont représentés sur la *figure* 37. Rappelons que le dernier type d'écoulement est irréalisable dans les conditions imposées au début, puisque selon le théorème de la conservation des tourbillons, un écoulement tourbillonnaire ne peut prendre naissance à partir de l'état de repos. Donc, à la sortie du distributeur, il y aura un écoulement secondaire dans la direction radiale.

Si l'on veut résumer les grandes lignes qui se dégagent de cet exposé, on peut dire que pour un fluide sans frottement et sans pesanteur, et pour une répartition d'inclinaison donnée, l'écoulement giratoire, en général, donne naissance à un noyau dans lequel, théoriquement, il n'y a pas de fluide. Le diamètre de ce noyau dépend largement de l'inclinaison des vitesses, autrement dit de la rotation. Sur la *figure* 38 *a* sont données deux courbes représentant les variations du rayon relatif $\left(\frac{R_i}{R_0}\right)$ en fonction de l'angle du vecteur vitesse à la paroi, pour deux types de répartition; la *figure* 38 *b* représente les valeurs correspondantes de $F = \frac{2\pi^2 (p_0 - p_a)}{\rho} \frac{R_0'^4}{Q^2}$. Comme il fallait s'y attendre la répartition du type Vortex donne toujours un noyau plus important.

Il existe d'autres méthodes qui aboutissent aux mêmes genres de résultats parmi lesquelles citons celle qui est basée sur le principe du minimum d'énergie cinétique, présentée dans un article de I. Vuskovic (réf. [42]), et la méthode de Strscheletzky, basée sur le principe de moindre action (réf. [43]).

Influence du frottement.

Si le fluide n'occupait absolument pas le noyau précité, l'image générale de l'écoulement aurait encore subsisté dans le cas des fluides visqueux. C'est ce qu'on observe quelquefois lors du vidage d'un bassin, par le fond. Mais la plupart du temps, au contraire, cette zone est pleine de fluide, un fluide qui doit en principe être sans mouvement. Mais, en pratique, à partir de l'instant où cette zone est occupée par le fluide, tout change, et il est très difficile de prévoir ce qui va s'ensuivre. Bien que seule l'expérience fournit une réponse exacte, on peut quand même, en général, faire des prédictions.

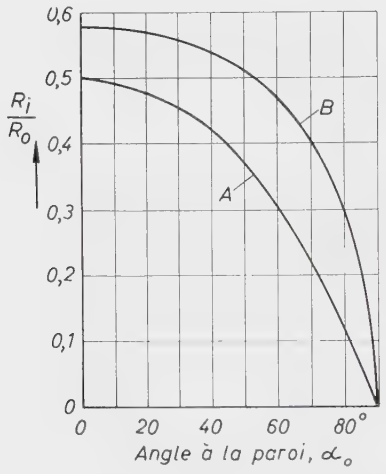


Fig. 38 *a*

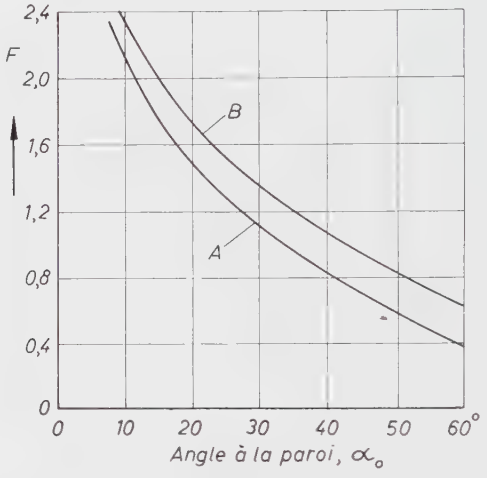


Fig. 38 *b*

A : distributeur à angle constant; B : distributeur à écoulement à potentiel

D'abord, comme on ne peut avoir une discontinuité sur la vitesse en écoulement réel, il y aura un gradient de vitesse très fort entraînant des tensions de frottement ainsi qu'une poussée. Il en résulte que les particules contenues dans la zone acquièrent un mouvement axial et rotatif, alors que la pression augmente dans le noyau dans le sens de l'écoulement général. L'entraînement des particules ainsi que le développement de la couche limite à la paroi de la canalisation auront pour conséquence de réduire le noyau. L'expérience montre, en général, que dans l'écoulement giratoire réel, il existe deux zones principales, à savoir une zone centrale dans laquelle le fluide tourne en bloc, et une zone extérieure où les vitesses tangentielles ont une répartition qui n'est pas, généralement, loin de celle de la loi de Vortex.

Bammert, à l'examen de quelques résultats expérimentaux dus à Korbacher, regarde cette zone centrale exactement comme le noyau de la zone de fluide mort. Une pareille généralisation du concept du noyau central, peut entraîner, à notre avis, de graves erreurs, car on peut avoir des écoulements giratoires qui sont exempts d'une zone morte et où la zone centrale de rotation en bloc occupe toute la section.

Nous reviendrons sur ce problème une fois de plus, au chapitre VI, à l'occasion de l'analyse de nos résultats expérimentaux.

Chapitre III

DESCRIPTION DE L'INSTALLATION, DES APPAREILS ET DES MÉTHODES DE MESURE

1 INSTALLATION PROPREMENT DITE

L'installation comprend essentiellement un divergent de section circulaire ayant un angle d'ouverture totale de 7° et un ventilateur axial, entraîné par un moteur asynchrone de 2 950 tr/mn (*fig.* 39). Entre le divergent et le ventilateur est intercalé un tuyau rectiligne dont la longueur est variée suivant l'expérience. Ce tuyau est constitué de tronçons de longueur de 2 m et de diamètre de 0,4 m, raccordés entre eux par des brides soudées. Le divergent et les tuyaux sont en tôle et portent une soudure transversale à tous les mètres et une soudure longitudinale continue.

Le ventilateur assure le débit et crée en même temps la rotation nécessaire à l'entrée du divergent. L'intensité de la rotation est variée au moyen des ailettes en tôle placées en amont du ventilateur (visibles sur la *figure* 40). Bien qu'il nous fût possible de régler directement les inclinaisons au moyen de l'orientation des pales de la roue, un tel réglage n'a pas été choisi parce que d'abord on risquait de diminuer le débit et la vitesse, quand il s'agissait d'obtenir une inclinaison plus petite, et par conséquent, une diminution de vitesse compromettait la précision des mesures des inclinaisons, mesures qui sont, en effet, très délicates. En plus, le démontage nécessaire pour cette opération entraînerait des pertes de temps excessives.

La longueur du tuyau amont ainsi que celle du divergent étant variée d'une série d'expériences à l'autre, nous avons spécifié sur la *figure* 86 les conditions correspondant à chaque série particulière.

La longueur minimale du tuyau utilisé pendant les expériences était 2 m, soit cinq diamètres, une longueur suffisante à stabiliser les irrégularités du profil des vitesses dues au ventilateur.

2 MODIFICATION POUR LES ESSAIS DE L'EXPLORATION DE LA COUCHE LIMITE INFÉRIEURE

Lors des expériences destinées à déterminer le profil des vitesses dans la partie inférieure de la couche limite turbulente de l'écoulement hélicoïdal, dont les résultats sont exposés au chapitre suivant, il nous fallait avoir une surface parfaitement lisse, sinon hydrauliquement lisse; tandis que la surface de la tôle qui constituait la paroi de nos tuyaux rectilignes était loin de satisfaire à cette condition.

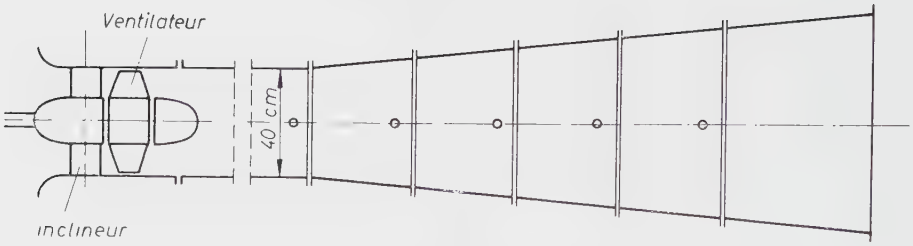


Fig. 39

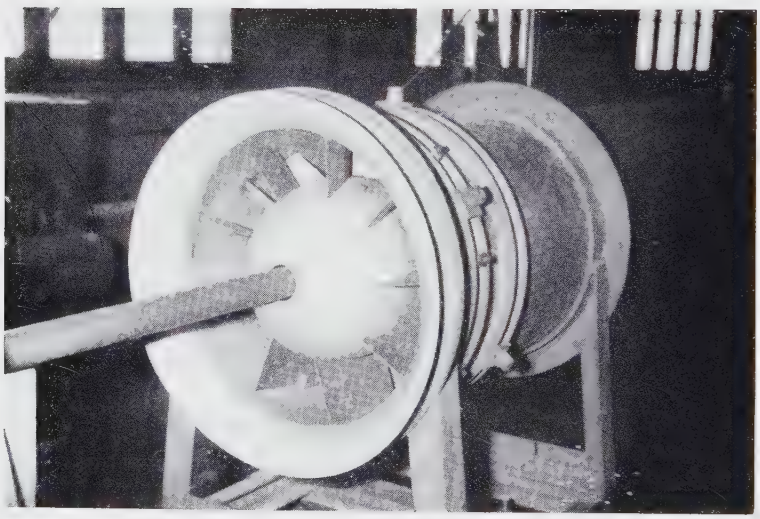


Fig. 40

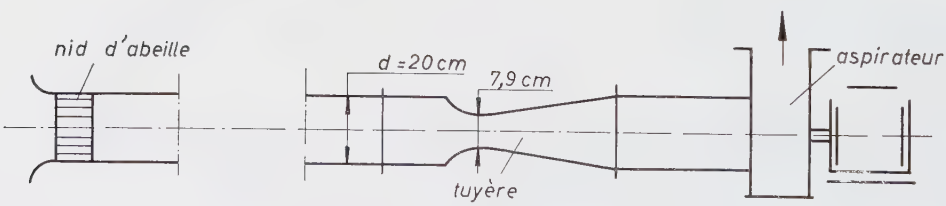


Fig. 41

La solution a été trouvée par un de nos collègues, M. Barat, en faisant enduire l'intérieur des tuyaux d'une couche de résine spéciale qui était originellement liquide et qui devenait solide après application et polymérisation donnant une surface lisse comparable à celle d'un verre.

Afin d'empêcher la récupération irrégulière du produit à l'intérieur du tuyau pendant la polymérisation qui durait plus de deux heures, sous une température au-dessus de 60° C, on faisait tourner les tuyaux constamment autour de leur axe horizontal à l'aide d'un petit moteur électrique.

3 INSTALLATION PERMETTANT DE DÉCELER LES ROTATIONS APRÈS LES COUDES

Une installation existante destinée à faire des mesures de pertes de charge des coudes, sur laquelle avait travaillé M. Rauss, un chercheur du laboratoire, nous a servi à explorer le champ des vitesses au point de vue rotation après les coudes de différents types. Cette installation comportait essentiellement, dans le sens de l'écoulement, un convergent d'entrée, un nid d'abeilles, un tronçon de tuyau, les coudes en question, une tuyère supersonique et un ventilateur (*fig.* 41).

4 APPAREILS ET MÉTHODES DE MESURE

4,1 Mesures des inclinaisons par la sonde à trois ouvertures.

On a adopté, dans ces expériences, deux méthodes de base différente pour déterminer les inclinaisons des vitesses par rapport à l'axe de la canalisation. La première méthode, qui a été couramment utilisée, consiste à se servir d'une sonde à trois ouvertures. La deuxième est une méthode récente dont le principe est de photographier un fil vibrant sous l'action de l'écoulement, avec un temps de pose suffisamment grand pour qu'on puisse déterminer la moyenne statistique de la position par l'examen de la répartition de noircissement sur la photographie. La description complète de cette méthode sera faite au paragraphe suivant.

La sonde que nous avons utilisée dans ce but comporte une tête à trois ouvertures, fixée à l'extrémité d'une longue tige tubulaire permettant de la maintenir et de l'orienter au sein du fluide. Le schéma et les dimensions sont donnés sur la *figure* 42 où A indique le tube du milieu qui sert généralement à mesurer la pression totale. Les trous des côtés B et C, orientés de part et d'autre de l'axe du tube A et faisant un angle de 45°, servent à déterminer la direction du vecteur vitesse et, en plus, avec un coefficient de tarage, donnent la pression statique.

La tige de la sonde est portée, comme l'indiquent les *figures* 43 ou 58, par une pièce cylindrique qui peut pivoter sur l'axe d'un rapporteur. Le rapporteur est fixé à un support coulissant sur une crémaillère horizontale munie d'un indicateur qui se déplace sur une graduation.

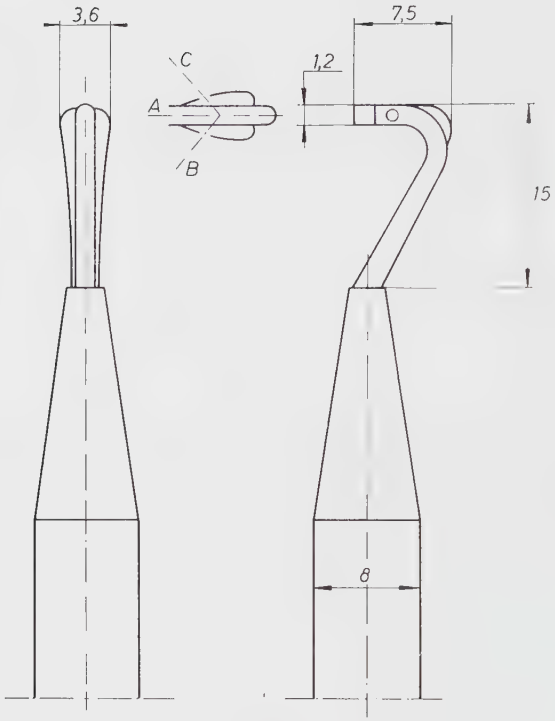


Fig. 42

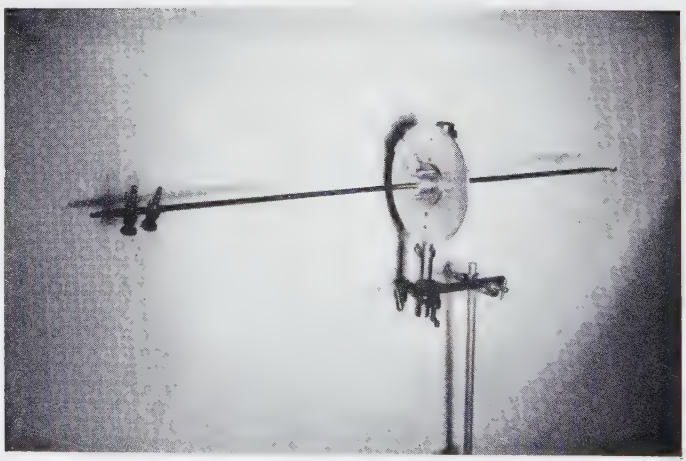


Fig. 43

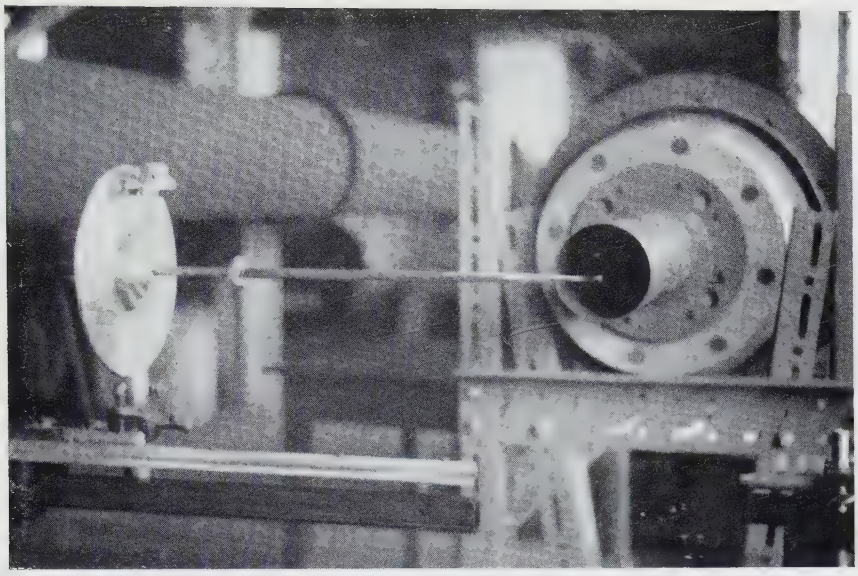


Fig. 44

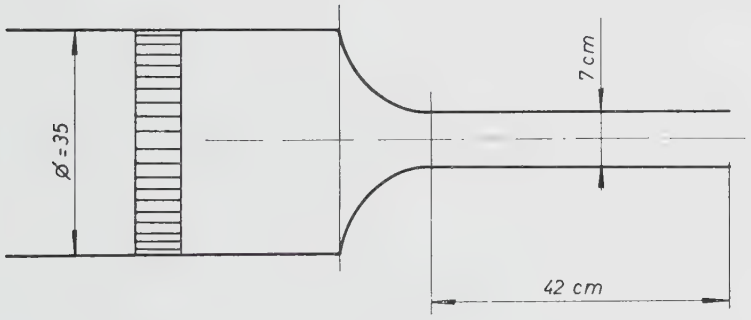


Fig. 45

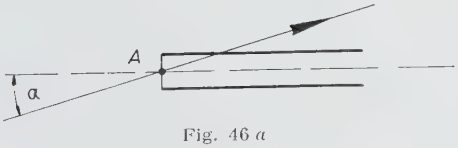


Fig. 46 *a*

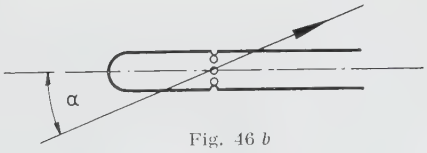


Fig. 46 *b*

La détermination de l'angle φ compris entre le vecteur et l'axe se fait comme suit :

- on commence par étalonner la sonde, en la plaçant dans un écoulement à filets parallèles, écoulement dont la direction est connue avec précision. A cet effet nous avons utilisé un jet d'air à axe horizontal, ayant une vitesse de l'ordre de 60 m/s. Ce jet était obtenu à l'aide d'un convergent de rapport de sections 6, suivi d'un tuyau lisse de 6 D de longueur et 7 cm de diamètre (*fig.* 44 et 45). On place la tête de la sonde dans l'axe du jet, la tige étant horizontale et en même temps perpendiculaire au jet. Après avoir réglé la position du rapporteur à l'aide d'un niveau qui y est fixé, on tourne la tige jusqu'à ce que l'on obtienne une dénivellation nulle dans le manomètre différentiel relié aux deux tubes latéraux. Ayant connu la correction d'angle, on peut procéder à des mesures d'inclinaison proprement dites en introduisant cette fois la jauge à l'endroit voulu de la canalisation; l'axe de la tige étant toujours horizontal et perpendiculaire à l'axe de la canalisation, on détermine la position de dénivellation nulle d'une façon analogue à celle précitée.

4,2 **Influence de la turbulence sur la mesure d'inclinaison par sonde.**

Pour pouvoir se prononcer sur la précision des mesures d'inclinaison, il faut étudier l'influence de la turbulence sur la pression mesurée par des tubes de différents types.

Imaginons d'abord un tube de Pitot total exposé à un courant turbulent (*fig.* 46 *a*), au point de stagnation A où le tube mesure la pression, la direction de l'écoulement change sans cesse. Mais la pression totale mesurée n'est pas influencée sensiblement tant que l'angle α reste dans une certaine limite (à peu près 20°) (réf. [44]).

Par conséquent, dans ce cas, la mesure ne sera pas faussée si l'échelle de la turbulence est modérée. C'est d'ailleurs pour cette raison qu'un tube de ce genre ne peut servir d'appareil de mesure d'inclinaison.

Deuxièmement, considérons un tube de Pitot statique (*fig.* 46 *b*); plaçons-le d'abord dans un courant non turbulent dont la direction fait un angle α avec l'axe du tube. L'expérience montre que la lecture de pression statique dépend dans une grande mesure de α, dans ce sens que la pression lue est toujours inférieure à celle correspondant à un écoulement parallèle à l'axe du tube. Selon l'expérience, la différence est de l'ordre de 1 % de la pression dynamique quand α égale 10°. Or, maintenant, prenons un écoulement turbulent et plaçons une sonde de type statique de façon à faire coïncider son axe avec la direction moyenne de l'écoulement. En raison des fluctuations de vitesse le tube sera considéré toujours oblique au courant sauf en une seule position du vecteur vitesse. Pour examiner la conséquence d'une telle situation prenons les deux cas extrêmes qui puissent se présenter.

Premier cas. — Supposons que l'échelle de la turbulence soit nettement grande par rapport à la dimension de la sonde. Physiquement cela revient à supposer que les particules fluides vont toujours traverser le tube dans leur mouvement transversal dû à la fluctuation. On peut encore dire que la longueur de dissipation λ qui fixe les plus

petits tourbillons est grande devant le diamètre du tube. La définition de λ est donnée par :

$$\frac{1}{\lambda^2} = \lim_{y \to 0} \frac{1 - R}{y^2},$$

où y est la distance entre deux points considérés ayant entre eux la corrélation R de la forme :

$$R = \frac{vv'}{\sqrt{v^2} \cdot \sqrt{v_1^2}}.$$

Dans cette condition, la pression mesurée est la moyenne statistique des pressions provoquées par les attaques obliques qui sont toutes inférieures à la pression provoquée par une attaque parallèle à l'axe soit à la pression réelle. Pour formuler cette conclusion, on peut dire qu'une telle sonde sous estime la pression par une fraction de fluctuation des vitesses transversales et on pourra écrire pour conséquence :

$$p = p_s - k_1 \rho (v^2 + w^2). \tag{92}$$

Deuxième cas. — Supposons que la dimension du tube soit très grande par rapport à l'échelle de la turbulence. Aussi peut-on dire que le diamètre du tube est inférieur à la longueur de corrélation L, définie par la relation :

$$L = \int_0^\infty R \, dy.$$

Cela revient à admettre qu'il n'y a pas de corrélation de vitesse entre les trous opposés du tube et que les particules ne traversent pas transversalement le tube. Donc chaque trou mesure indépendamment la pression statique, plus une pression dynamique due à une fraction de fluctuation de vitesse. Par suite, nous aurons :

$$p = p_s + k_2 \rho (v^2 + w^2). \tag{93}$$

Dans la pratique, on a une situation intermédiaire selon l'échelle de la turbulence et la dimension du tube utilisé. On peut obtenir des valeurs soit inférieures soit supérieures à la pression réelle suivant le cas.

Dans notre cas, la sonde de mesure possède deux trous obliques; il s'agit de savoir si les mesures des directions moyennes de vitesse sont influencées par la turbulence que nous avons dans notre divergent. Dans ce but, nous avons d'abord expérimenté la sonde (I) dans un jet pratiquement turbulent. C'est le jet que nous utilisions pour l'étalonnage de la jauge (*fig.* 42). Chaque ouverture de côté a été mise en communication avec un manomètre séparé et en orientant la sonde, on a mesuré les pressions p_B et p_C en fonction de l'angle d'incidence α. Les résultats ainsi obtenus ont été portés sur la *figure* 47. Dans ces diagrammes l'angle α est compté à partir de l'axe de symétrie hydrodynamique, autrement dit la direction pour laquelle la pression mesurée du côté B est égale à la pression mesurée du côté C.

Supposons maintenant que la tête de la jauge soit placée dans un écoulement turbulent dont la vitesse moyenne en ce point est parallèle à l'axe xx'. Du fait que la courbe représentant la densité de probabilité d'inclinaison est une courbe de Gauss symétrique, on peut supposer qu'à chaque vecteur vitesse instantané faisant un angle α_1 avec l'axe xx', correspond un autre vecteur qui fait un angle $-\alpha_1$. Cherchons à évaluer l'effet spontané de ces deux vitesses symétriques :

Admettons d'abord que la dimension de la tête de sonde est petite par rapport à l'échelle de la turbulence. Quand $\alpha = +\alpha_1$ la différence d'indication des deux manomètres sera $p_C - p_B = a$ (*fig.* 47). Quand l'angle prend la valeur $\alpha = -\alpha_1$ cette différence devient $p_B - p_C = b$. Si pour toutes les positions du vecteur vitesse (a) était

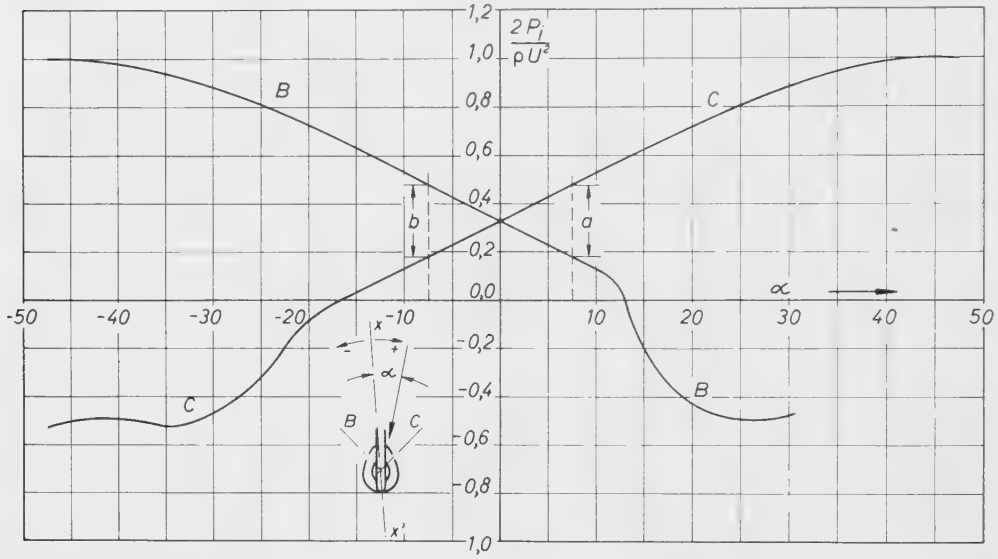


Fig. 47

égal à (b) la pression des deux côtés serait toujours compensée par des vitesses symétriques, et un manomètre différentiel relié aux côtés B et C accuserait une dénivellation nulle en moyenne. Autrement dit, le procédé de mesure de direction moyenne à l'aide de la sonde serait rigoureusement correct. En outre, l'étalonnage du tube, en ce qui concerne la mesure de la direction dans un écoulement non turbulent, serait valable pour l'écoulement turbulent.

Comme on peut le voir sur la *figure* 47 cette condition n'est accomplie dans notre cas que pour $\alpha < 11^o$. Donc pour les vitesses dépassant cet angle, les mesures seront influencées. Mais un examen plus détaillé montre que l'écart en question ne peut être appréciable car la plupart du temps l'amplitude maximale de la fluctuation en direction est de l'ordre de 50° et que, d'après la loi de répartition de Gauss (*fig.* 48), la déviation moyenne par rapport à la position moyenne est un tiers de la déviation pratique maximale, soit :

$$\alpha_m = \frac{50^o}{2 \times 3} = 8^o,3,$$

donc cette valeur reste dans la limite :

$$y = \frac{N}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{-x^2}{2\sigma^2}}, \tag{94}$$

N : surface totale, σ : moyenne quadratique de la déviation; pour 3σ on obtient 0,997 de la surface totale.

Les erreurs de mesure de direction dans ces expériences sont principalement causées par des fluctuations de très longue durée car dans ce cas on a l'impression que la direction moyenne varie avec le temps et on ne sait pas exactement quelle valeur il faudrait prendre.

Les mesures près de la paroi sont toujours plus précises que celles au voisinage de l'axe. La précision varie entre 0,5 et 1°,5 dans une bonne portion du diamètre.

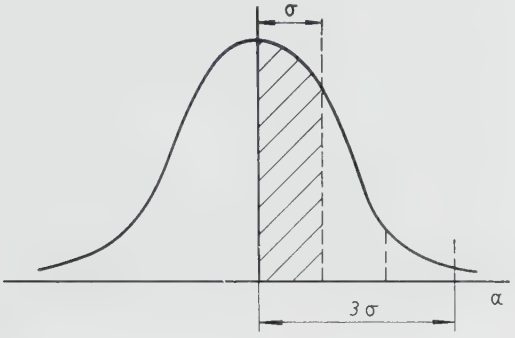


Fig. 48

4,3 **Détermination de l'inclinaison de vitesse moyenne par procédé photographique.**

Une méthode qui a été mise au point par M. Barat en vue d'étudier la turbulence dans un jet, a trouvé un deuxième domaine d'application dans la détermination de la direction moyenne de la vitesse. Cette méthode consiste à utiliser un fil de soie contenant trois ou quatre fibres élémentaires, fixé sur un fil métallique très fin, en vue d'obtenir un système qui puisse suivre le changement de direction de vitesse avec un maximum de fidélité; en effet, en prenant de grandes précautions pour la préparation et la fixation, on arrivait à faire une jauge pratiquement sans inertie. Si l'on place le fil ainsi préparé dans un courant et qu'on l'éclaire fortement à l'aide d'un faisceau lumineux, en donnant un temps de pose suffisamment long, on obtient une image comme celle de la *figure* 49 sur laquelle les noircissements sont proportionnels aux densités de probabilité en ce qui concerne la direction du vecteur vitesse. Or, en mesurant avec un photomètre la répartition des noircissements sur un arc de cercle dont le centre coïncide avec le point qui correspond au point autour duquel le fil de soie s'articule, on peut déterminer la répartition de densité de probabilité qui fixe statistiquement la position de la vitesse.

L'examen d'une telle courbe nous a montré que cette répartition est conforme à la distribution normale dite de Gauss (*fig.* 48). Étant donné que la courbe ainsi obtenue

était sensiblement symétrique, on peut trouver un moyen plus pratique pour déterminer la position moyenne de la vitesse, sans avoir besoin de tracer la courbe. Il suffit de repérer sur la photographie deux points de noircissement égaux ayant la même distance au point d'articulation O (*fig.* 51). La bissectrice de l'angle donne la direction voulue.

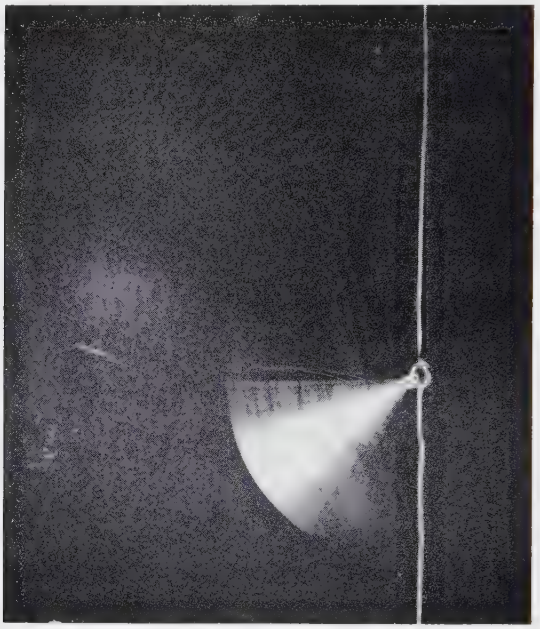


Fig. 49

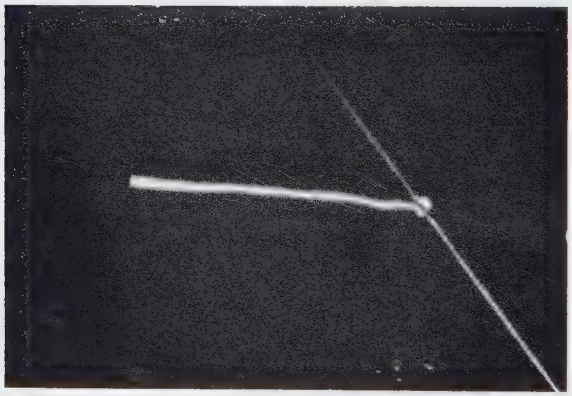


Fig. 50

Tout ceci nous donne la position moyenne du vecteur vitesse en projection normale à l'axe de l'appareil photographique.

Aussi peut-on obtenir la projection en un autre plan et ainsi on peut déterminer la position dans l'espace. Dans notre cas, les vitesses radiales étant négligées nous nous sommes contentés d'opérer sur une seule direction.

Le schéma de la *figure* 52 indique l'arrangement que nous avons utilisé pour les mesures des inclinaisons dans le divergent. Le fil de support est fixé verticalement entre deux petits trous S_1 et S_2, sur la paroi, de façon à ce que le point d'articulation O tombe sur un rayon horizontal. Le fil vibrant F est éclairé obliquement à travers une ouverture de 2 cm de diamètre, par une source lumineuse à rayon parallèle et dont le diamètre du faisceau est suffisamment grand pour recouvrir le rayon d'action du fil de soie. L'appareil est placé en face d'une autre ouverture qui est à droite du fil F. L'axe de l'appareil, l'axe de la source lumineuse et le fil de support se trouvent dans un plan perpendiculaire à l'axe du divergent. Le fil de support constitue en même temps la direction de repère sur le cliché, si bien que l'angle mesuré à partir de l'image du fil S_1 S_2 est l'angle complémentaire de l'angle compris entre la direction moyenne de la vitesse et l'axe du diffuseur. La *figure* 53 est une vue de l'installation pour des mesures à l'extrémité du divergent.

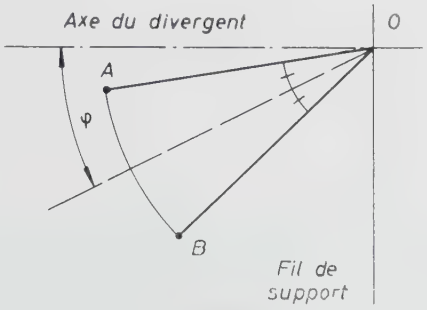


Fig. 51

La *figure* 50 représente le cliché d'un fil de même nature placé dans un écoulement très peu turbulent. On voit que l'image est très nette et l'amplitude des vibrations du fil fortement réduite. Cette photographie a été prise en utilisant le jet dont nous nous servions pour l'étalonnage de la sonde à trois ouvertures.

4,4 **Mesures de pressions et de vitesses.**

Afin d'explorer entièrement le champ des vitesses dans les différentes sections du divergent en un temps raisonnable, on a utilisé, pour les mesures des pressions statiques et dynamiques, la même sonde à trois ouvertures qui a été appelée la sonde I. Après la détermination de la direction de la vitesse, on fixait l'orientation de la sonde et en débranchant l'une des deux ouvertures, soit l'ouverture B, du manomètre différentiel; on faisait la lecture de l'autre côté (côté C); en même temps que l'on mesurait la pression dynamique par le tube A de milieu. En raison de l'orientation inclinée du trou C, la pression lue p_c contient une partie de la pression dynamique, outre la pression statique, soit :

$$p_c = p + kp_d = p + k\,\rho\,\frac{v^2}{2}.$$

Dans les essais d'étalonnage destinés à déterminer le coefficient k, la pression est égale à la pression ambiante et p_d est mesurée directement par le tube de milieu A.

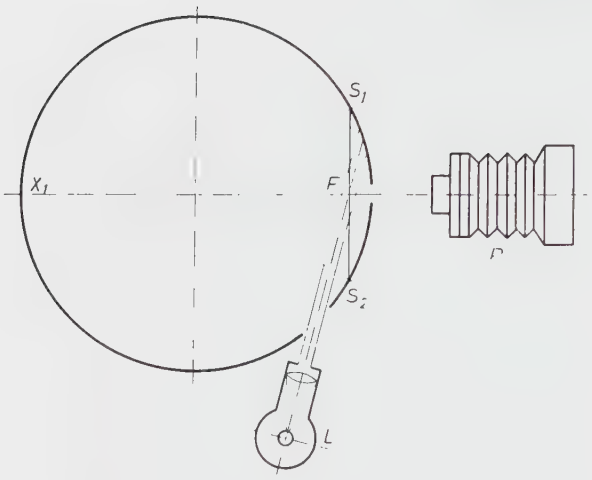


Fig. 52

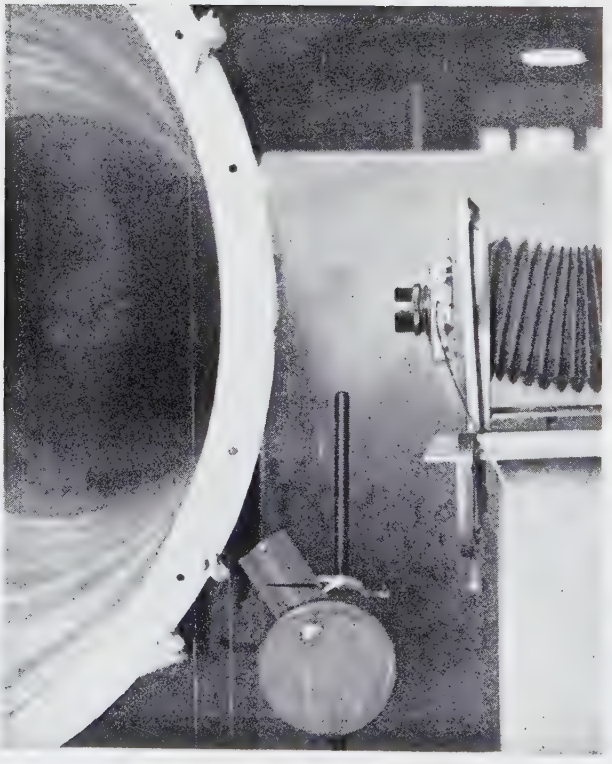


Fig. 53

Ayant connu le coefficient k, les mesures de p_t et p_c nous permettent de trouver la pression statique et dynamique, en un point du diffuseur, par les relations :

$$p_d = \frac{p_t - p_c}{1 - k} \qquad p = p_t - p_d. \tag{95}$$

(La sonde dont on dispose avait un coefficient de l'ordre de 0,33-0,35.)

4,5 **Mesures des vitesses à proximité de la paroi.**

Pour l'exploration de la couche limite inférieure, une sonde de pression totale, spéciale, susceptible de se rapprocher de la paroi jusqu'à une distance de 0,3 mm, a été

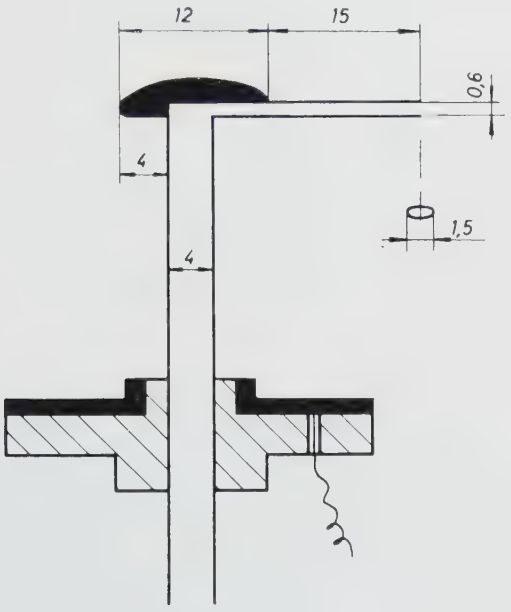


Fig. 54. — Sonde II

construite. La *figure* 54 donne les dimensions de la sonde appelée la sonde II et la *figure* 55 montre une des trois jauges de ce type utilisées au cours de nos expériences. Comme dans le cas de la sonde à trois ouvertures cette sonde aussi est supportée par un rapporteur qui lui-même peut se déplacer horizontalement sur une crémaillère. La tige de la jauge coulisse dans un palier en plexiglas fixé sur la paroi du tuyau. Pour mesurer la distance de l'ouverture du tube à la paroi, un comparateur mécanique, susceptible d'indiquer 1/100 de millimètre, a été monté sur la partie fixe du support (voir *fig.* 56). En outre, on profitait d'un vernier, fixé sur la partie mobile du support et se déplaçant sur une graduation, en vue d'augmenter le rayon d'action du dispositif.

Le repérage précis dont on avait besoin se faisait au moyen d'un circuit électrique, comportant une pile et une lampe, qui permettait de déterminer, au commencement de chaque série d'essais, la position pour laquelle l'extrémité effilée de la sonde venait toucher à la paroi inférieure de la canalisation.

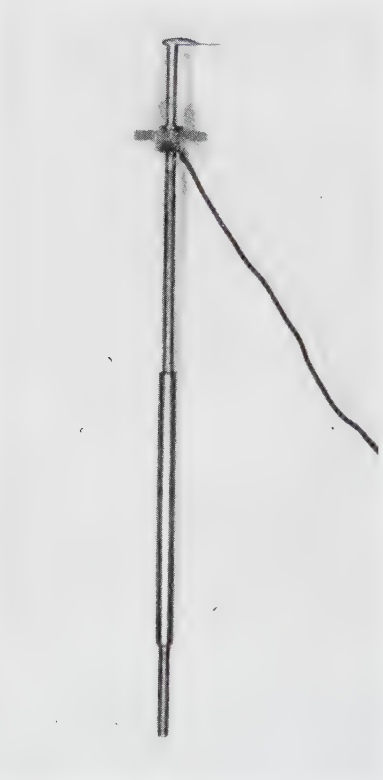


Fig. 55

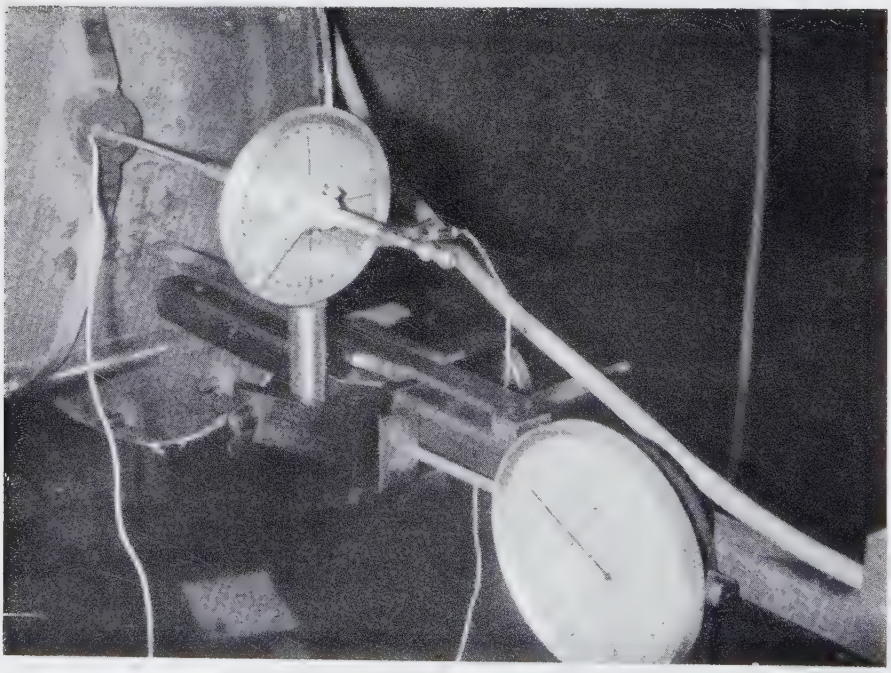


Fig. 56

Du fait que la sonde dont nous venons de faire la description ne mesure que les pressions totales, il fallait disposer d'une deuxième sonde ayant pour but de mesurer les pressions statiques.

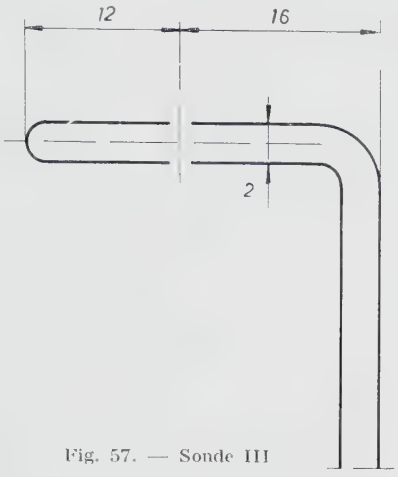


Fig. 57. — Sonde III

Nous avons choisi à cet effet un tube de Pitot ordinaire de 2 mm de diamètre, que nous appellerons par la suite le tube III (*fig.* 57 et 58).

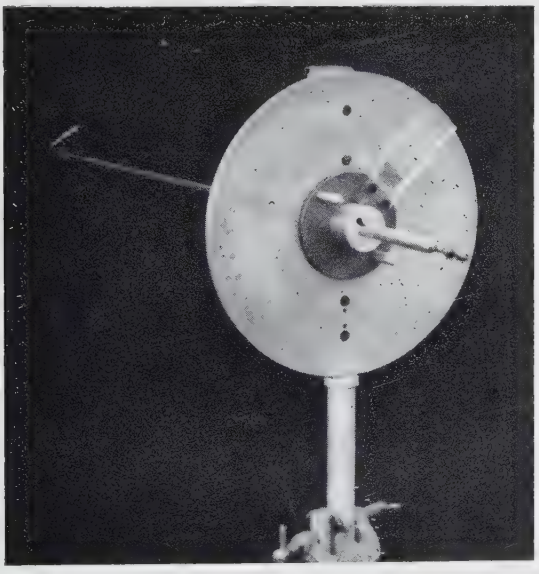


Fig. 58

La raison pour laquelle on était obligé d'utiliser deux sondes séparées, au lieu de se servir d'un seul tube de Prandtl, capable de donner les pressions dynamiques, était uniquement une question d'encombrement. Car un tel tube ne peut admettre une construction aussi fine qu'un tube de pression totale comportant un seul orifice

axial et une seule tubulure. Quant à l'encombrement du tube de Pitot statique, celui-ci ne posait pas de problème, parce qu'au voisinage de la paroi la différence de pression, correspondant à une distance radiale comparable au diamètre de ce tube, était sans aucun doute négligeable et, par conséquent, avec un tel appareil, on n'a pas besoin de se rapprocher tellement de la paroi.

4,6 **Les manomètres.**

Pendant l'exploration du champ de vitesse dans le diffuseur il nous fallait au moins deux manomètres dont l'un a été mis en communication avec deux prises du côté de la sonde I et l'autre a été réservé aux mesures de pressions totales. Pour les mesures de direction nous avons constamment utilisé un manomètre de haute précision (manomètre Fortier) susceptible d'indiquer 1/20 de millimètre de colonne de liquide (dans notre cas alcool). Pour les pressions totales nous nous sommes servis tantôt d'un manomètre du même genre, tantôt d'un manomètre ordinaire en U.

Au cours des mesures dans la couche limite inférieure, on a en plus utilisé un chrono-relais en vue d'espacer régulièrement, dans le temps, vingt-cinq lectures de pression totale consécutives dont nous prenions la moyenne arithmétique.

Chapitre IV

UNE EXPLORATION DANS LA COUCHE LIMITE TURBULENTE D'UN ÉCOULEMENT GIRATOIRE

1 RAPPEL DE QUELQUES ASPECTS INTÉRESSANTS DE LA COUCHE LIMITE

De nombreuses expériences sur des couches limites de différentes natures en écoulement turbulent ont amené à croire qu'au point de vue de répartition de vitesse il faut distinguer, d'une façon générale, deux régions principales :

Dans la région intérieure où le fluide est placé sous la dépendance de la paroi, la répartition de vitesse peut être exprimée seule avec la caractéristique de la paroi, donc avec la rugosité, sans tenir compte de l'épaisseur ou de la nature de la couche limite, ni même du gradient de pression dans le sens de l'écoulement.

Avec les notations de Prandtl-Karman, le profil de vitesse est donné par une expression de la forme :

(96) $$u^+ = g\,(y^+),$$

où :

(97) $$u^+ = \frac{u}{u_*} \qquad \text{et} \qquad y^+ = \frac{y \,.\, u_*}{\nu},$$

u_* est appelé la vitesse de frottement, et défini par $u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$. Au voisinage immédiat de la paroi, l'écoulement turbulent ne pouvant pas subsister, on a simplement :

(98) $$u^+ = y^+,$$

ce qui est déduit de l'écoulement laminaire.

Au-delà du film laminaire, c'est-à-dire pour $y^+ > 7$, on trouve une zone étroite de transition puis une zone turbulente qui s'étend entre $\frac{yu_*}{\nu} > 25$ et $y < 0{,}1\ \delta$; dans laquelle la répartition des vitesses suit la loi suivante :

(99) $$u^+ = 5{,}65\ \lg_{10} y^+ + 5 - \frac{\Delta u}{u_*}.$$

$\frac{\Delta u}{u_*}$ est une fonction de l'aspérité de la paroi. Si on désigne par k, *la rugosité uniforme équivalente* (une rugosité obtenue avec des grains de sable, uniforme, et qui est équivalente au point de vue frottement à l'aspérité de la paroi réelle en question);

pour $R_k = \frac{ku^*}{\nu} > 70$ la paroi est considérée comme *pleinement rugueuse* et, dans ce cas, Δu^+ a pour expression :

$$\Delta u^+ = 5{,}65 \lg_{10} \frac{ku_*}{\nu} - 3. \tag{100}$$

En remplaçant Δu^+ par sa valeur dans l'expression de répartition, on obtient :

$$u^+ = 5{,}65 \lg \frac{y}{k} + 8. \tag{101}$$

D'autre part, si la paroi est considérée comme *pleinement lisse* (ceci est le cas pour $R_k < 5$), le terme contenant la rugosité s'annule. La formule (99) se réduit à :

$$u^+ = 5{,}65 \lg_{10} y^+ + 5. \tag{102}$$

Cette expression, qui est connue sous le nom de *la loi logarithmique universelle*, est encore valable pour une couche limite soumise à l'action d'un gradient de pression opposé.

Notons que l'étendue de la partie logarithmique de la courbe de répartition de vitesse dépend de l'épaisseur de la couche limite et de la vitesse de frottement.

Pour un frottement constant, lorsque l'épaisseur de la couche limite augmente cette région occupe un espace de plus en plus important. Au contraire, pour une condition :

$$\frac{\delta u_*}{\nu} \leqslant 250.$$

la partie logarithmique n'existe plus. (Dans le cas de la couche limite d'une plaque plane cette condition est équivalente à $R \leqslant 5\,000$.)

Quant à la région extérieure de la couche, elle dépend, d'une manière générale, des conditions extérieures; pour un type d'écoulement donné l'expression de répartition de vitesse dans cette région est de la forme :

$$\frac{u - U_m}{u_*} = f\left(\frac{y}{\delta}\right), \tag{103}$$

U_m désignant la vitesse en dehors de la couche limite. Dans cette expression, la rugosité n'intervient pas et la fonction $f\left(\frac{y}{\delta}\right)$ dépend de la nature de la couche limite. Par exemple, pour un écoulement autour d'une plaque sans gradient de pression on a :

$$\frac{u - U_m}{u_*} = 5{,}65 \lg_{10}\left(\frac{y}{\delta}\right) + 2{,}3. \tag{104}$$

En général, les courbes de répartition de vitesses mesurées en différents points d'une même couche limite présentent un aspect analogue à celles de la *figure* 59. La courbe commune correspond à la région intérieure; dans la région extérieure on voit se détacher les profils correspondant aux différents R_δ.

En connaissant les relations (96) et (103) on peut facilement déterminer le coefficient de frottement, par exemple, pour la plaque plane, nous obtenons en fonction du nombre de Reynolds :

$$\sqrt{\frac{2}{C_f}} = 5{,}65 \lg_{10} R_\delta \sqrt{\frac{C_f}{2}} + 7{,}3. \tag{105}$$

Remarque.

Dans cette dernière équation C_f varie très peu avec le nombre de Reynolds. C'est pourquoi il est difficile d'affirmer d'une façon catégorique, et en se basant sur les résultats expérimentaux, si la loi dite universelle est rigoureusement exacte. D'ailleurs, la constante 5 dans l'expression (102) varie suivant l'auteur entre 4,8 et 5,65.

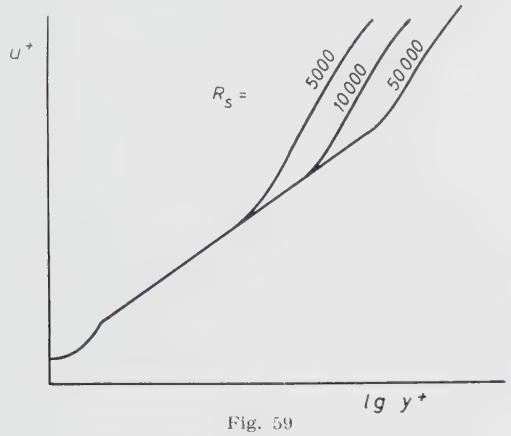


Fig. 59

2 L'OBJET DE NOS TRAVAUX

En considérant le fait que la loi logarithmique universelle ne dépend ni des conditions extérieures ni du gradient de pression dans la direction de l'écoulement, il nous a paru utile de chercher à vérifier si celle-là est encore valable dans les écoulements qui nous intéressent.

Donc l'objet essentiel de nos expériences réalisées dans le cadre du présent chapitre se porte sur la détermination de la forme de la répartition des vitesses dans la région interne de la couche limite d'un écoulement giratoire dans une canalisation cylindrique. Nous avons essayé d'obtenir les constantes de l'équation (102) en vue de faire la vérification avec l'original. A cet effet, nous avons été amené à nous livrer à la détermination de la tension de frottement par l'exploration complète du profil de vitesses dans deux sections entières de la canalisation, sections qui comprennent entre elles la section de mesure de la couche limite.

Ainsi, par l'application de la formule que nous avons déduite au chapitre II, nous avons calculé la tension et, par suite, la vitesse de frottement à la paroi.

Dès que l'on connaît la loi de répartition des vitesses sous la forme de l'équation (96) on possède une méthode de détermination de la force de frottement à partir d'une seule mesure de vitesse.

Avant d'aborder l'examen de nos expériences nous voulons mentionner deux travaux intéressants à ce propos.

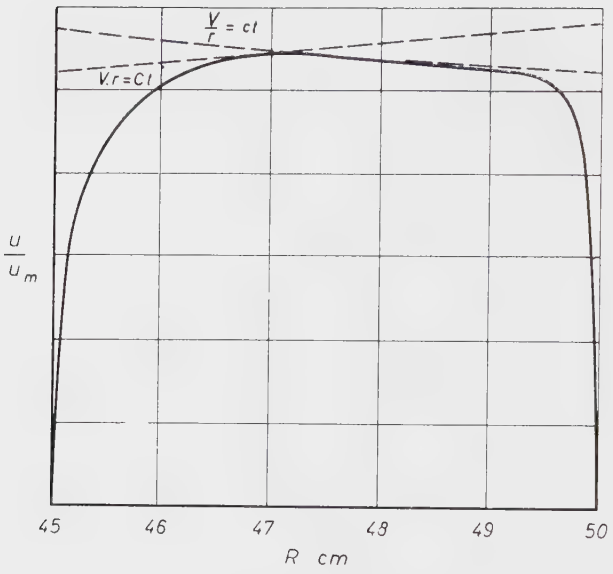

V/r = ct
Vr=Ct
u/u_m
45
46
47
48
49
50
R cm

Fig. 60

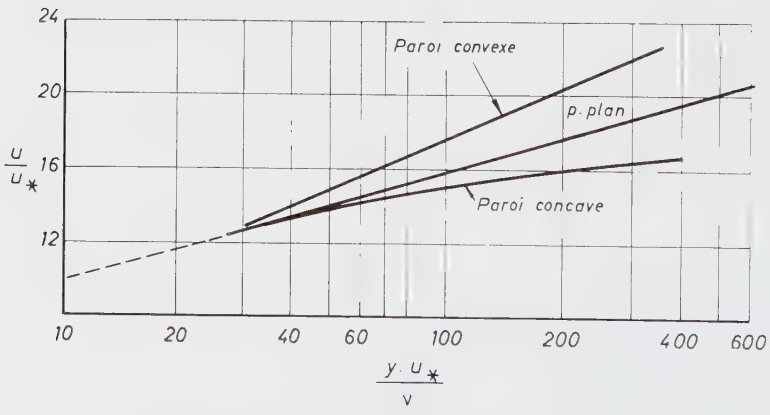

24
20
16
12
u/u*
Paroi convexe
p. plan
Paroi concave
10
20
40
60
100
200
400
600
y. u*/ν

Fig. 61

3 LES TRAVAUX DE WATTENDORF

Deux canalisations rectangulaires de 5 cm de largeur et de 90 cm de profondeur, l'une ayant un rayon de courbure de 50 cm, l'autre de 25 cm, ont été utilisées pour étudier l'influence de la courbure sur un profil des vitesses établi (réf. [47]). Chaque canalisation était précédée d'une partie rectiligne suffisamment longue pour assurer un écoulement de régime établi à l'entrée. On obtenait évidemment, à l'entrée, une zone de transition pour que l'écoulement puisse passer du régime de conduit rectiligne long au régime de canal courbé. Sitôt que ce régime s'établit, la courbe de répartition de vitesse présente au centre une allure très proche à celle de la loi de vortex libre ($v \,.\, r = \mathrm{C^{te}}$), comme l'indique la *figure* 60.

Les mesures des vitesses à proximité de la paroi concave et de la paroi convexe pour le conduit de 25 cm de courbure sont représentées sur la *figure* 61. Elles montrent

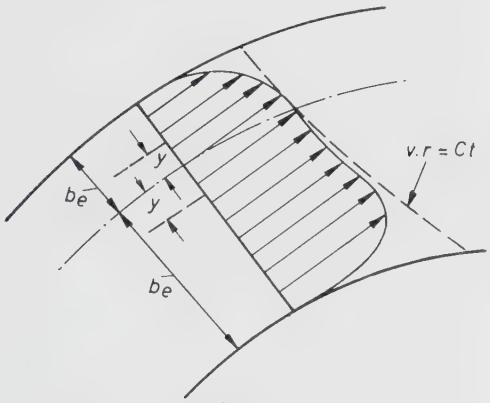


Fig. 62

des écarts sensibles par rapport à la distribution obtenue avec le tronçon rectiligne, autrement dit, à la répartition universelle. Malheureusement, WATTENDORF n'a pas insisté sur ce problème, il n'a même pas repris les mesures sur le deuxième canal qui avait une courbure moins prononcée, en vue de se rendre compte de l'influence progressive du rayon de courbure.

L'auteur a cherché à trouver la loi de répartition de tensions de frottement; dans ce but, il a calculé la tension, d'une part en partant de l'expression donnée par PRANDTL, qui était basée sur la notion de longueur de mélange :

$$\tau = \pm \rho l^2 \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right)^2, \tag{106}$$

d'autre part, simplement par l'expression de l'écoulement laminaire :

$$\tau = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} \right). \tag{107}$$

Et enfin, il a mesuré les tensions à la paroi intérieure et extérieure à l'aide d'un tube de Stanton. La comparaison de ces résultats montre que les deux courbes calculées s'écartent de part et d'autre des tensions mesurées. Mais l'écart constaté sur la courbe obtenue par la formule (106) était nettement supérieur.

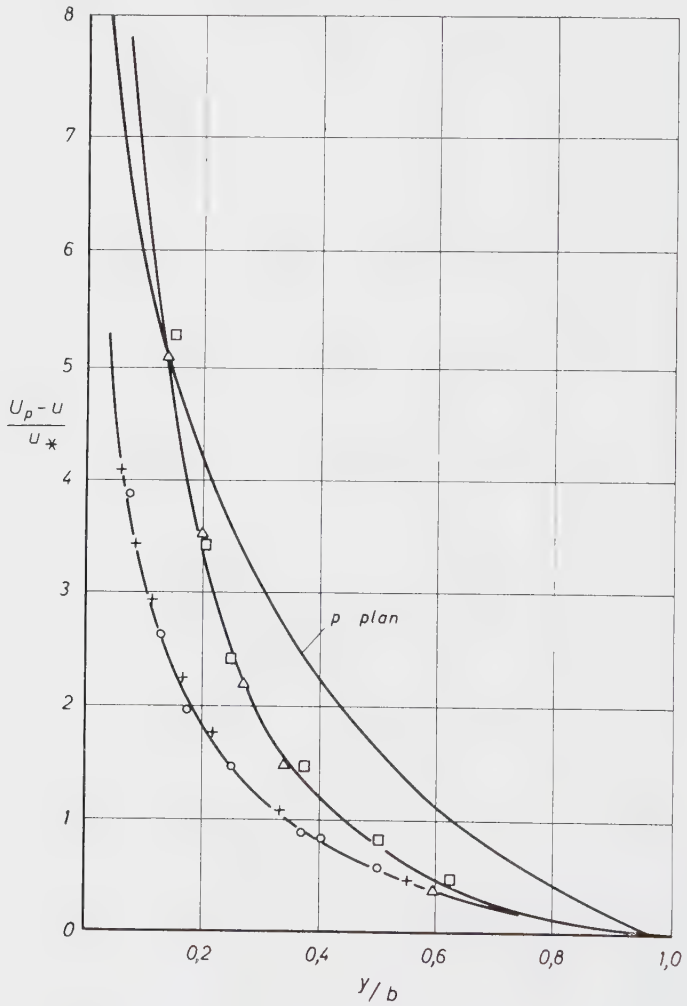


Fig. 63

paroi concave C. II; + cylindre extérieur;
paroi convexe C. II; □ cylindre intérieur.

Un autre résultat intéressant, qui se dégage de ces expériences, est la représentation des courbes des répartitions de vitesses dans la partie centrale de la canalisation, sous la forme des courbes des vitesses déficitaires d'une façon analogue à la représentation faite dans l'écoulement droit. Mais, ici, au lieu de prendre la vitesse maximale, comme dans la formule (103), on devait choisir la vitesse correspondant à l'écoulement à potentiel qui était définie par $V \cdot r = C^{te}$. D'autre part, la canalisation

était divisée en deux en un point où la vitesse atteint à sa valeur maximale comme l'indique la *figure* 62, et les distances y ont été comptées de part et d'autre à partir de ce point. Les courbes expérimentales relatives aux parois internes et externes de deux conduits, ont été données sur la *figure* 63. On voit que, sous cette forme, les répartitions de vitesses concernant deux canalisations de différente courbure sont confondues; cette courbe, pourtant, n'est pas la même sur la paroi concave et convexe. L'auteur signale qu'en remplaçant la vitesse de frottement u_* par une autre grandeur de dimension

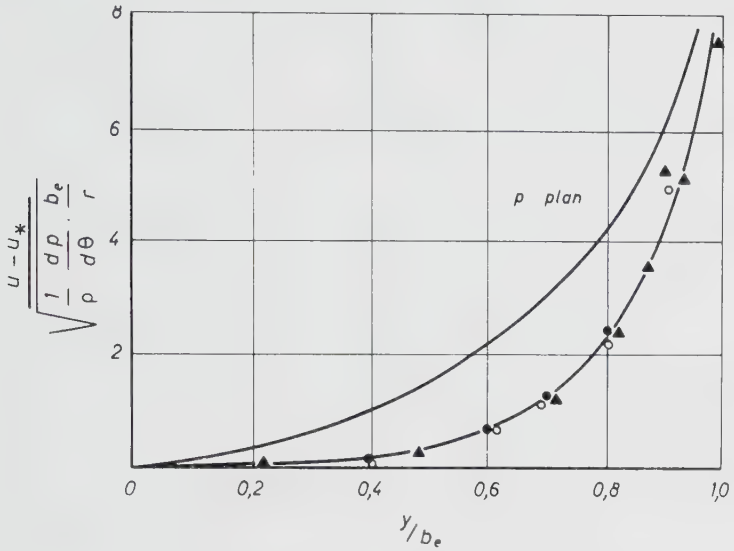


Fig. 64

● paroi concave C. I; ▲ paroi convexe C. I; ○ paroi concave C. II

de vitesse, il est possible de grouper tous les points expérimentaux autour d'une courbe unique, qui a été reproduite sur la *figure* 64. Mais cette courbe diffère nettement de la répartition de vitesses obtenue sur un canal droit, ce qui ne paraît pas logique.

4 LES TRAVAUX DE M. YEH

Au cours des dernières années une série d'expériences ont été entreprises aux États-Unis en vue d'apporter plus de lumière sur les caractéristiques de la turbulence en écoulement giratoire.

A ce propos, nous tenons à citer brièvement les expériences de M. Yeh qui a donné les premiers résultats intéressants de cette série d'études très vastes.

L'installation comportait une canalisation à section circulaire, précédée d'un distributeur radial et suivie d'un aspirateur axial. Les dimensions sont indiquées sur le schéma de la *figure* 65.

Un écoulement giratoire du type vortex a été engendré à l'entrée de la canalisation par le distributeur et dans trois sections transversales espacées de 50 cm l'exploration

a été effectuée, d'une part en mesurant les vitesses moyennes par une sonde conventionnelle, d'autre part en mesurant les fluctuations à l'aide d'une jauge à fil chaud.

Afin de mieux pouvoir se rendre compte des effets de la rotation, l'auteur a d'abord effectué une série d'expériences, avec la même installation, sur l'écoulement axial puis en orientant les aubes du distributeur de façon à avoir une inclinaison de l'ordre de 17° à la paroi externe du conduit, il a refait toutes les mesures. Ainsi, il a obtenu toutes les caractéristiques de la couche limite turbulente soit sur la paroi concave soit sur la paroi convexe. Les conclusions importantes qui en résultent sont les suivantes.

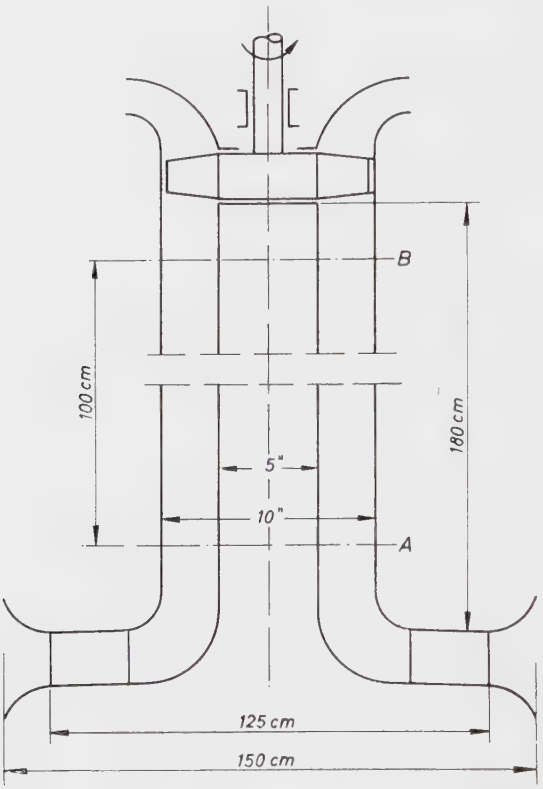


Fig. 65. — Expériences de Yeh

On sait que pour un écoulement axial et sans gradient de pression (par exemple : l'écoulement autour d'une plaque) la tension de frottement se trouve constamment diminuée dans le sens de l'écoulement. Ce fait est vérifié dans la canalisation actuelle avec l'écoulement axial, mais dans le cas de l'écoulement avec rotation, sur la paroi concave, les tensions restent constantes ou augmentent légèrement tandis que sur la paroi convexe la règle précitée (d'après laquelle la tension de frottement va en diminuant) est encore maintenue.

En accord avec les résultats acquis par Wattendorf la couche limite se développe plus rapidement sur la paroi concave et la répartition des vitesses moyennes y présente un gradient très fort en comparaison avec la paroi convexe.

Les moyennes quadratiques des fluctuations des vitesses axiales et radiales sont présentées sur les *figures* 66 et 67. Ces diagrammes montrent que les fluctuations sont toujours plus fortes sur la paroi concave. Ceci peut être expliqué par le fait que sur la paroi concave, contrairement à ce qui se passe sur la paroi convexe, les vitesses rotationnelles décroissent dans le sens du rayon croissant et que par suite, conformément au critère de stabilité Rayleigh-Prandtl, il faut s'attendre à un effet néfaste de la paroi concave (1). Au contraire, on dit que la paroi convexe a un effet stabilisateur sur

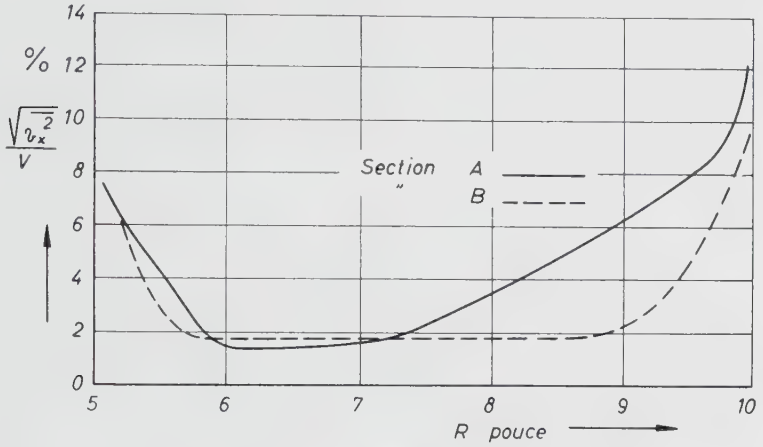


Fig. 66

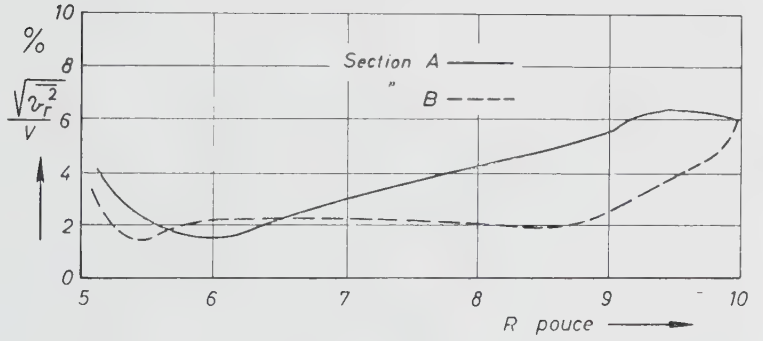


Fig. 67

les écoulements. Il ne faut pas perdre de vue que ces règles ne sont vraies que pour les parois fixes. Quand il s'agit des parois qui entraînent le fluide, les effets sont inversés.

(1) Rayleigh et Prandtl ont abouti séparément et avec des raisonnements différents à la même conclusion pour le critère de stabilité, Prandtl s'est basé sur la conservation du moment cinétique. Selon lui si, par exemple, une particule, originaire d'un filet fluide intérieur, passe à un filet extérieur, elle garde son moment cinétique, donc sa vitesse diminue en vertu de la loi de vortex libre ($V \cdot r = C^{te}$). Si la vitesse du nouveau filet est inférieure à celle de la particule, le gradient de pression en ce point ne suffira pas à vaincre la force d'inertie centrifuge et la particule continuera à s'échapper vers l'extérieur. Ceci revient à admettre qu'une perturbation quelconque, dans ce cas, sera amplifiée. Si, au contraire, la répartition de vitesse croît vers l'intérieur moins rapidement que l'indique la loi de vortex $V \cdot r = C^{te}$, la particule émergeant d'un filet intérieur possédera une vitesse plus petite que celle existante sur le filet extérieur, donc elle sera repoussée par suite du gradient de pression relativement fort à sa place originelle : ceci entraînera un effet stabilisateur. Or, étant donné que la couche limite sur la paroi concave impose une diminution de vitesse, vers l'extérieur, plus forte que celle correspondant à la loi de vortex, la règle précitée sera justifiée.

Par exemple, si l'on considère l'écoulement entre deux parois concentriques entraîné par la rotation d'une de ces parois circulaires l'écoulement est plus stable à l'extérieur qu'à l'intérieur.

Dans son mémoire publié en 1959 (réf. [48]) M. Yeh en partant de l'équation générale a abouti, pour la couche limite d'un écoulement giratoire, à une formule correspondant à celle de Karman, utilisée en écoulement axial. Le procédé est le suivant : reprenons l'équation (70) en remplaçant les limites par R_0 et R_1 :

$$(108)\qquad \int_{R_0}^{R_1} \frac{\partial}{\partial r}(r\,V_r\,V_x)\,dr + \int_{R_0}^{R_1} \frac{\partial}{\partial x}(rV_x^2)\,dr = -\int_{R_0}^{R_1} \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial}\frac{p}{x}\,.\,r\,.\,dr - \frac{1}{\rho}\Big[r\,.\,\tau_x\Big]_{R_0}^{R_1}$$

$$\int_{R_0}^{R_1} \frac{\partial}{\partial x}(\overline{v_x^2})\,r\,.\,dr.$$

Le premier membre peut être remplacé par :

$$\frac{d}{dx}\int_{R_0}^{R_1}(V_x^2 - V_x\,V_{x_1})\,r\,dr + \frac{dV_{x_1}}{dx}\int_{R_0}^{R_1} V_x\,.\,r\,dr.$$

Introduisons l'épaisseur de quantité de mouvement et l'épaisseur de déplacement définies par (1) :

$$(109)\qquad \delta_x^{**} = \frac{1}{R_0\,V_{x_1}^2}\int_{R_0}^{R_1} V_x\,(V_{x_1} - V_x)\,r\,dr.$$

$$(110)\qquad \delta_x^{*} = \frac{1}{R_0\,V_{x_1}}\int_{R_0}^{R_1} (V_{x_1} - V_x)\,r\,.\,dr.$$

Pour $R = R_1$, en posant $\tau_{x_1} = 0$, finalement on trouve :

$$(110)\qquad -\frac{\tau_{x_0}}{\rho\,V_{x_1}^2} = \frac{d\,\delta_x^{**}}{dx} + \frac{1}{V_{x_1}}\cdot\frac{dV_{x_1}}{dx}(\delta_x^{*} + 2\,\delta_x^{**}) - \frac{1}{R_0\,V_{x_1}^2}\frac{d}{dx}\int_{R_0}^{R_1}\left(\frac{p_1}{\rho} + \frac{V_{x_1}^2}{2}\right) r\,dr$$

$$+ \frac{1}{\rho\,R_0\,V_{x_1}^2}\cdot\frac{d}{dx}\int_{R_0}^{R_1}(p_1 - p)\,r\,dr - \frac{1}{R_0\,V_{x_1}^2}\int_{R_0}^{R_1}\frac{\partial}{\partial x}(\overline{v_x^2})\,r\,.\,dr$$

On peut voir qu'à l'exception des trois derniers termes cette relation est analogue à l'équation de Karman.

M. Yeh a voulu évaluer par les mesures les rôles des termes additionnels en tenant compte de l'équation de l'équilibre radial (57) et de l'équation de Bernoulli : il a remplacé les pressions par des vitesses. L'équation (110) devient ainsi, en utilisant les définitions (30) et (31) :

$$(111)\qquad \frac{\tau_{x_0}}{\rho\,V_{x_1}^2} = \frac{d\,\delta^{**}}{dx} + \frac{1}{V_{x_1}}\cdot\frac{dV_{x_1}}{dx}(\delta^{*} + 2\,\delta^{**}) + \frac{1}{R_0\,V_{x_1}^2}\int_{R_1}^{R_0}\frac{\partial}{\partial x}\left[\int_r^{R_1}\frac{V_T^2}{r}\,dr + \frac{V_{T1}^2}{2}\,dr\right] r\,.\,dr$$

$$+ \frac{1}{R_0\,V_{x_1}^2}\int_{R_1}^{R_0}\frac{\partial}{\partial x}(\overline{v_r^2} - \overline{v_x^2})\,r\,.\,dr + \frac{1}{R_0\,V_{x_1}^2}\int_{R_1}^{R_0}\frac{\partial}{\partial x}\left[\int_r^{R_1}\left(\frac{v_T^2}{r} - v_r^2\right)dr\right] r\,.\,dr.$$

(1) Ces définitions, qui sont dues à M. Yeh, diffèrent des expressions (30) et (31) par ces signes.

Entre ces termes correctionnels le deuxième et le troisième termes sont dus à l'anisotropie de la turbulence. Les expériences en question ont montré que seul le dernier terme est toujours négligeable dans un écoulement pareil.

5 DEUX EXPÉRIENCES RELATIVES AU NOMBRE DE REYNOLDS CRITIQUE

Il serait utile de citer une autre propriété remarquable de l'écoulement à filet curviligne. En 1929, G. I. Taylor et C. M. White signalèrent que dans un spiral à section circulaire l'écoulement turbulent ne peut subsister qu'au dessus d'un nombre de Reynolds critique égal à environ 6 000 : donc une valeur nettement supérieure à celle correspondant à des canalisations droites. Pourtant, la perte de charge ne croît pas linéairement avec le débit, à cause des écoulements secondaires, pour le nombre de Reynolds même inférieur à 2 000.

6 NOS EXPÉRIENCES

Les tuyaux de 40 cm de diamètre, qui précédaient notre diffuseur dans notre installation essentielle, ont été enduits intérieurement par une couche *d'Araldite*, avec un procédé décrit au chapitre III; on avait obtenu ainsi une surface lisse qui permettait de vérifier la loi universelle de répartition des vitesses dans la zone intérieure de la couche limite.

Les mesures des vitesses au voisinage de la paroi ont été effectuées à l'aide des sonde II et III à une station de mesure située au milieu du tronçon rectiligne de 4 m de longueur. On fixait d'abord, par la sonde I, l'inclinaison de vitesse à une distance 0,5 cm de la paroi. Puis, en plaçant la sonde de pression totale II, dans le tuyau, avec le même angle, on mesurait les pressions totales jusqu'à une distance 2-2,5 cm à compter de la paroi, sans changer l'orientation du tube. Car on sait que l'inclinaison de vitesse dans cet intervalle varie extrêmement peu et que la sonde de pression totale n'est pas sensible à une variation de direction de quelques degrés.

Quant à la pression statique, on l'a mesurée à la fois sur la paroi et à l'intérieur du tuyau; en admettant une loi de répartition radiale de la pression comme l'indique la formule (43 *a*) on déterminait les pressions dans l'intervalle considéré. Dans ces expériences, nous avons exploré les parties intérieures des couches limites turbulentes relatives à des écoulements giratoires de cinq inclinaisons différentes.

7 LES RÉSULTATS

Nous avons porté les points expérimentaux sur les *figures* 68 *a* et 68 *b* en utilisant les coordonnées semi-logarithmiques. On voit que toutes les couches présentent une partie pratiquement linéaire au voisinage de la paroi. Pour les inclinaisons faibles (12°, 16°), cette partie couvre presque l'intervalle entier de mesure. Tandis que, pour les rotations fortes, la courbe se détache très rapidement de la droite originale quand on s'éloigne de la paroi.

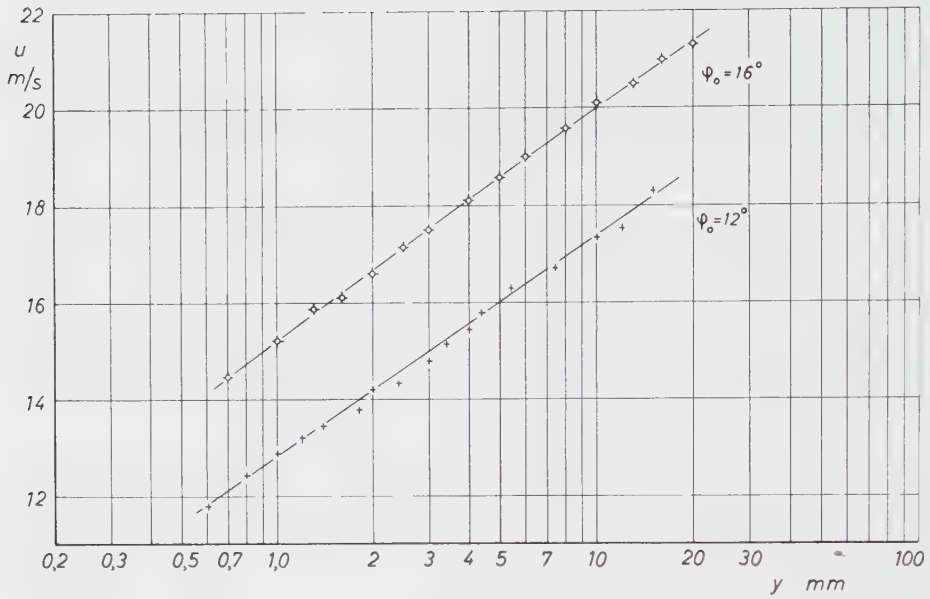


Fig. 68 *a*

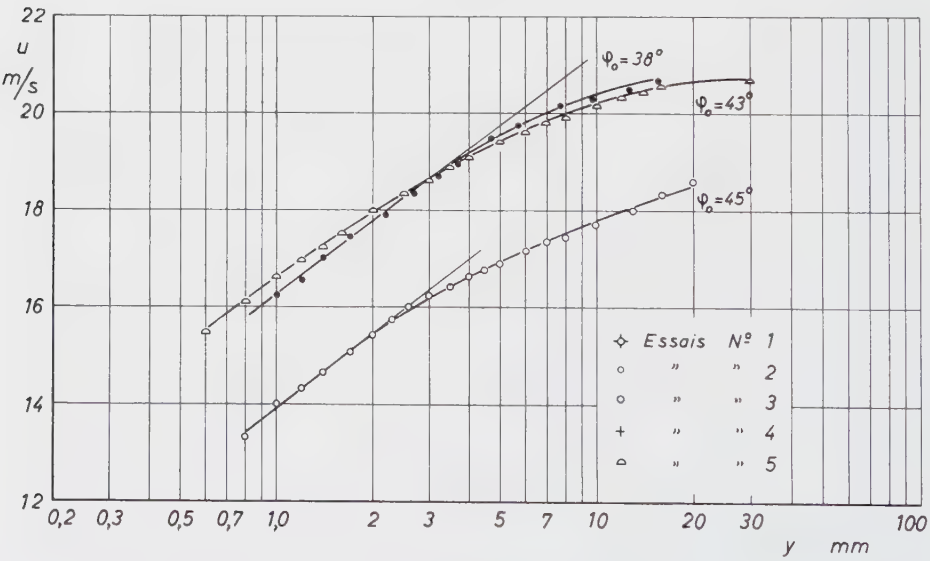


Fig. 68 *b*

Ayant constaté que les répartitions des vitesses suivent une loi logarithmique au moins pour une petite partie près de la paroi, il s'agit de vérifier si cette loi est conforme à la loi universelle donnée par l'expression (102). Reprenons cette expression :

$$\frac{u}{u_*} = 5{,}65 \lg_{10} \frac{y u_*}{\nu} + 5,$$

d'où nous pouvons écrire :

(112) $$N = \frac{u}{u_*} + 5{,}65 \lg_{10} \frac{u}{u_*} = 5{,}65 \lg \frac{yu}{\nu} + 5.$$

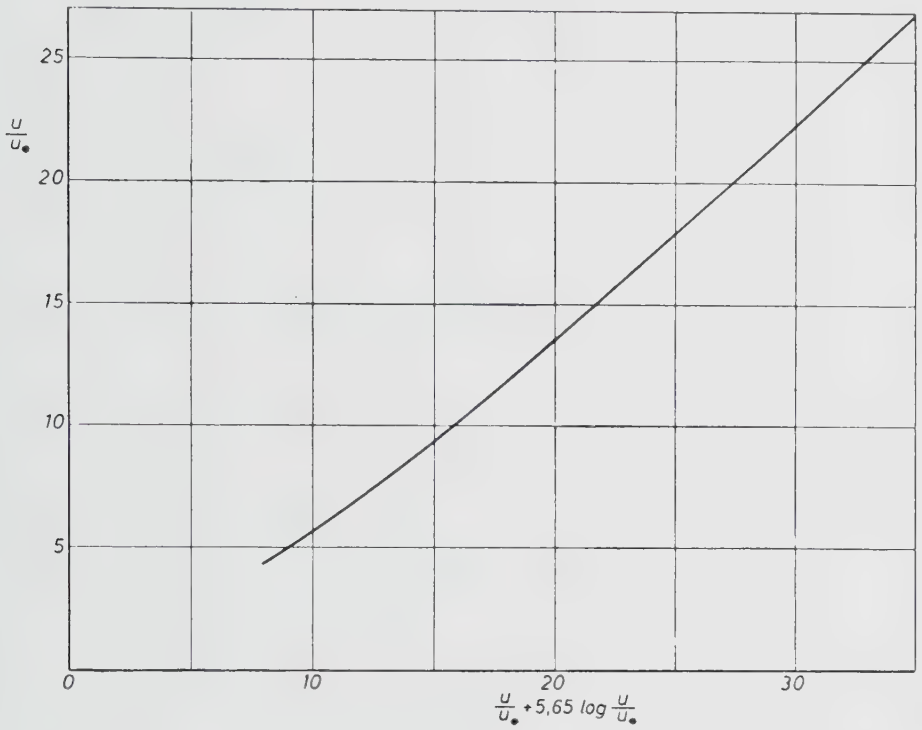


Fig. 69

D'après le premier membre de cette équation nous traçons un graphique qui donne la valeur N en fonction de $\frac{u}{u_*}$ (*fig.* 69). D'autre part, pour chaque point expérimental, on peut calculer la valeur N en se servant du deuxième membre de l'équation (112) et en portant cette valeur sur le graphique précité on trouve $\frac{u}{u_*}$; par suite, on détermine u_*. Si la répartition de vitesse obtenue expérimentalement suit la loi universelle (102) les valeurs de u_* ainsi calculées doivent être les mêmes pour tous les points d'une courbe. Si un écart est constaté, il sera attribué à la défaillance de la loi universelle pour ce type d'écoulement.

Les résultats sont consignés sur les tableaux V et V *bis* d'où il apparaît qu'au moins pour une partie des courbes de répartition de vitesse, la loi universelle ne peut être refusée.

TABLEAU V

$\varphi_0 = 16°$ — N° 1

y	P_t	P_{st}	U	u_*
mm	mm alcool	mm alcool	m/s	m/s
0,7	— 8,1	— 24	14,45	1,00
1,0	— 6,2	»	15,25	0,998
1,3	— 4,9	»	15,85	1,005
1,6	— 4,3	»	16,1	0,985
2,0	— 2,9	»	16,60	0,980
2,5	— 1,6	»	17,15	0,980
3,0	— 0,7	— 24,1	17,50	0,978
4	0,8	»	18,1	0,973
5	2,1	— 24,2	18,6	0,972
6	3,4	»	19,0	0,970
8	5,0	— 24,3	19,6	0,966
10	6,4	— 24,4	20,1	0,965
13	7,5	— 24,5	20,5	0,956
16	8,9	— 24,7	21,0	0,956
20	9,5	— 25,0	21,3	0,946

$\varphi_0 = 38°$ — N° 2

y	P_t	P_{st}	U	u_*
mm	mm alcool	mm alcool	m/s	m/s
1,0	24,2	4,7	16,15	1,05
1,2	25,3	»	16,55	1,045
1,4	26,4	»	17,00	1,05
1,7	27,6	»	17,45	1,047
2,2	28,7	4,6	17,9	1,035
2,7	29,8	»	18,35	1,031
3,2	30,8	»	18,7	1,038
4,7	32,9	4,4	19,5	1,02
5,7	33,5	4,3	19,75	1,02
7,7	34,75	4,2	20,15	1,01
9,7	35,0	4	20,3	0,975
12,7	35,45	3,7	20,5	0,960
15,7	35,65	3,4	20,7	0,950

TABLEAU V *bis*

$\varphi_0 = 45°$ — N° 3

y	P_t	P_{st}	U	u_*
mm	mm alcool	mm alcool	m/s	m/s
0,4	19,6	10,7	11,0	0,916
0,8	23,63	10,65	13,3	0,918
1	24,9	10,6	14,0	0,920
1,2	25,7	»	14,3	0,924
1,4	26,2	10,55	14,64	0,921
1,7	27,2	»	15,05	0,92
2,0	28,06	10,5	15,4	0,923
2,3	28,8	»	15,75	0,925
2,6	29,3	10,45	16,0	0,915
3,0	29,6	10,4	16,25	0,913
3,5	30,26	10,32	16,42	0,905
4	30,77	10,3	16,65	0,903
5	31,3	10,15	16,9	0,894
6	31,73	10,05	17,15	0,884
7	32,1	9,9	17,35	0,880
8	32,3	9,8	17,45	0,878
10	32,6	9,5	17,7	
13	33,0	9,1	18,0	0,853
16	33,4	8,6	18,35	0,848
20	33,5	7,9	18,6	0,842

$\varphi_0 = 12°$ — N° 4

y	P_t	P_{st}	U	u_*
mm	mm alcool	mm alcool	m/s	m/s
0,6	— 16,6	— 27,0	11,8	0,855
0,8	— 15,3	»	12,45	0,864
1,0	— 14,5	»	12,87	0,863
1,2	— 13,75	»	13,2	0,860
1,4	— 13,3	»	13,42	0,853
1,8	— 12,6	»	13,8	0,850
2	— 11,7	— 26,9	14,2	0,855
2,4	— 11,25	»	14,35	0,847
3	— 10,1	»	14,8	0,841
3,4	— 9,45	»	15,16	0,848
4	— 8,8	— 26,8	15,45	0,847
4,4	— 7,85	»	15,8	0,853
5,4	— 6,7	»	16,3	0,855
7,4	— 5,6	»	16,7	0,845
10	— 3,9	— 26,7	17,37	0,846
12	— 3,4	»	17,53	0,838
15	— 1,2	»	18,3	0,851
18	4	»		

8 VÉRIFICATION PAR MESURE DE TENSION DE FROTTEMENT

En réalité une vérification comme celle que nous venons d'effectuer, n'est pas complète. Il se peut que la répartition suive une loi similaire avec une combinaison différente des constantes.

Supposons que la loi logarithmique existante soit de la forme :

$$\frac{u}{u_*} = a \lg \frac{y u_*}{\nu} + b$$

et que la répartition des vitesses, qui permet de déterminer A et B, s'écrive :

$$u = \mathrm{A} \lg y + \mathrm{B},$$

d'où nous déduisons :

$$\mathrm{A} = u_* \cdot a,$$

$$\mathrm{B} = u_* \left(a \lg \frac{u_*}{\nu} + b \right).$$

Or, en connaissant seul A et B, il est impossible d'évaluer u_* et les constantes a et b. On peut trouver une infinité de combinaisons (a, b) qui puissent satisfaire cette relation. Donc, si on faisait les calculs décrits au paragraphe précédent avec l'une de ces combinaisons on aboutirait au même résultat. Cette combinaison est *grosso modo* définie par un rapport de la forme :

$$\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{A}} = \frac{a \lg \frac{u_*}{\nu} + b}{a} = \lg \frac{u_*}{\nu} + \frac{b}{a}.$$

Puisque u_* varie peu en principe et, par conséquent, la variation de $\lg \frac{u_*}{\nu}$ est négligeable. Il en ressort que par le procédé de vérification en question on n'a vérifié que le rapport existant entre a et b.

Nous avons été amené, par la suite, à mesurer la tension de frottement τ_x et τ_T par un autre moyen. En vertu des formules (72) et (65) les tensions axiales et tangentielles ont pour expression :

$$\tau_x = -\frac{1}{\mathrm{R}_0} \cdot \frac{d}{dx} \int_0^{\mathrm{R}_0} (\rho \, \mathrm{V}_x^2 + p) \, r \, dr = -\frac{1}{\mathrm{R}_0} \int_0^{\mathrm{R}_0} \frac{d}{dx} (2 \, p_d \cos^2 \varphi + p) \, r \, dr. \tag{113}$$

$$\tau_\mathrm{T} = -\frac{1}{\mathrm{R}_0^2} \cdot \frac{d}{dx} \int_0^{\mathrm{R}_0} (\rho \, \mathrm{V}_x \, \mathrm{V}_\mathrm{T} \, r^2) \, dr = -\frac{1}{\mathrm{R}_0^2} \int_0^{\mathrm{R}_0} \frac{d}{dx} (p_d \sin 2 \varphi) \, r^2 \, dr. \tag{114}$$

En explorant le champ des vitesses et des pressions dans deux sections (en aval et en amont de la section de mesure de la couche limite), on peut calculer les tensions axiales et tangentielles à l'aide de ces expressions. Le seul inconvénient réside dans le fait qu'il s'agit d'opérer sur des différences, ce qui peut entraîner facilement des erreurs appréciables.

Nous avons calculé de cette façon les tensions pour une seule inclinaison, correspondant aux essais n° 2. Deux sections de mesures étant situées à 2 m de part et d'autre du point où la répartition des vitesses dans la couche limite intérieure avait été relevée. Les valeurs ainsi trouvées sont :

$$\tau_{x_0} = 0{,}1224 \text{ kg/m}^2, \qquad \tau_{T_0} = 0{,}0816 \text{ kg/m}^2, \qquad \tau_0 = \sqrt{\tau_{x_0}^2 + \tau_{T_0}^2} = 0{,}147 \text{ kg/m}^2,$$

d'où on obtient pour l'inclinaison :

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{\tau_{T_0}}{\tau_{x_0}} = 0{,}667; \qquad \varphi_0 \simeq 34^\circ$$

et pour la vitesse de frottement :

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} = \sqrt{\frac{\sqrt{\tau_{x_0}^2 + \tau_{T_0}^2}}{\rho}} = \sqrt{\frac{\sqrt{0{,}02164}}{0{,}12}} = 1{,}105 \text{ m/s}$$

si l'on fait une comparaison avec les valeurs des tableaux V et V *bis*, en tenant toujours compte de la précision de mesure et de la dissymétrie de l'écoulement, on peut considérer ces résultats comme satisfaisants, car l'écart sur u_* est de l'ordre de 5 % et sur l'angle φ_0 est de 4° environ.

9 CONCLUSIONS

La loi logarithmique est une caractéristique de la paroi. Pour une paroi lisse et plane cette loi est unique. Dans le cas de l'écoulement giratoire, en principe un autre facteur, le rayon de courbure, intervient; mais pour des petites inclinaisons l'effet de la courbure semble être négligeable. Dans notre cas, quand l'inclinaison dépasse 18° cet effet commence à se faire sentir; la courbe de répartition des vitesses en coordonnées semi-logarithmique ne peut plus être considérée comme droite, au moins dans la partie qui est loin de la paroi.

Afin de mieux se rendre compte de la situation et aussi pour fixer les idées sur l'ordre de grandeur des valeurs pour lesquelles la courbe actuelle se confond avec la courbe logarithmique universelle, nous avons représenté les résultats sous la forme non dimensionnelle en utilisant les vitesses de frottement relevées des tableaux V et V *bis* (en choisissant pour chaque courbe une valeur qui correspondait au point voisin de la paroi) (*fig.* 70).

L'examen de ce diagramme montre que toutes les courbes sont pratiquement confondues dans une partie voisine de la paroi et que quand on s'éloigne de la paroi elle se détache de la droite correspondant à la loi universelle. Pour une inclinaison de 12°

la courbe de répartition de vitesse peut être assimilée à cette droite jusqu'à $y^+ = 300$. Tandis que pour les rotations fortes cette limite est de l'ordre de 100.

A notre avis la conclusion la plus utile qu'on peut tirer de ces expériences est la suivante : quelle que soit l'inclinaison, il existe une zone dans laquelle la loi universelle est applicable sans erreur appréciable; donc en utilisant le procédé décrit dans ce chapitre

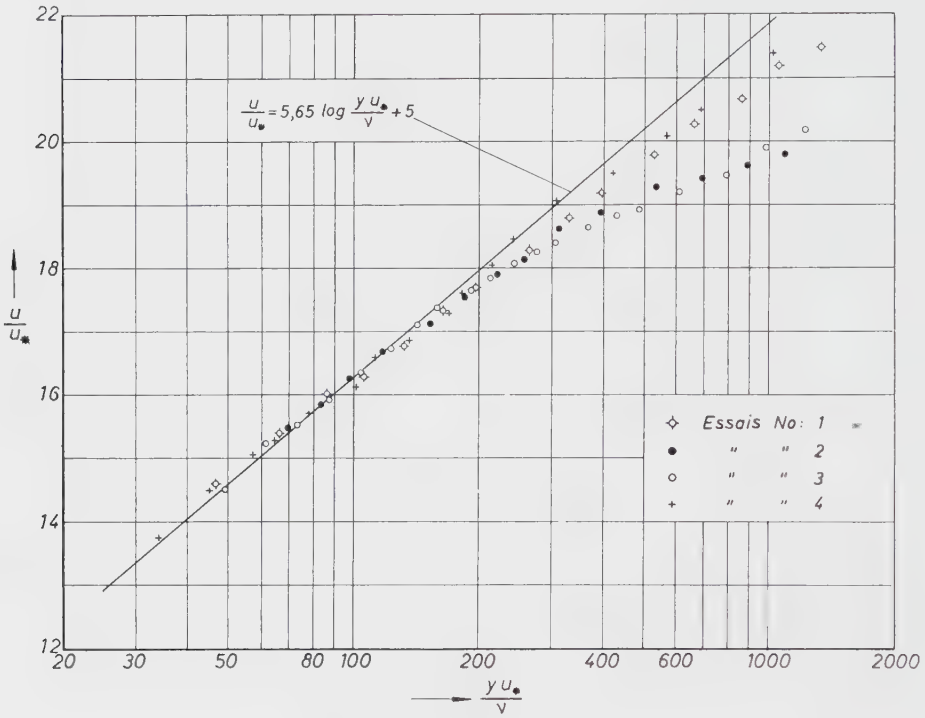


Fig. 70

on peut trouver la tension de frottement par une seule mesure de vitesse et de distance. Ceci est aussi applicable aux diffuseurs pour lesquels il est impossible de déterminer les tensions par exploration de deux sections, méthode que nous appliquons dans les canalisations cylindriques.

Chapitre V

ÉCOULEMENT HÉLICOÏDAL APRÈS LES COUDES

Au cours des dernières années nous avons rencontré un certain nombre de travaux dans lesquels est mentionnée la présence d'un écoulement hélicoïdal en aval des singularités telles que : coudes, branchement, vanne semi-ouverte, etc. Dans la plupart de ces articles, l'auteur, en connaissance de cause ou non, confond l'écoulement hélicoïdal avec ceux possédant des vitesses tangentielles irrégulièrement réparties qui sont souvent provoquée par des mouvements secondaires. Tel autre auteur prétend avoir constaté de véritables écoulements hélicoïdaux qui se caractérisent par un changement de signe de la composante rotationnelle sur l'axe de rotation, sans donner une explication de la cause. A notre connaissance, ce phénomène n'a pas fait jusqu'à présent l'objet d'une étude sérieuse.

Lors de nos expériences qui avaient essentiellement pour but d'apporter des contributions sur le comportement des divergents vis-à-vis d'un écoulement giratoire, nous avons en plus eu l'occasion de révéler un aspect de ce problème qui sera utile dans certains cas pour fixer les conditions d'entrée des diffuseurs.

1 EXPÉRIENCES ET RÉSULTATS

Comme on l'a déjà mentionné au cours des descriptions des installations au chapitre III, nous possédions un stand à tuyère sonique destiné à mesurer les pertes de charge des coudes. En utilisant cette installation et en faisant plusieurs assemblages de coudes brusques à une soudure, on a mesuré l'inclinaison de vitesse sur le conduit aval au moyen de la sonde I. Les mesures ont été effectuées dans une section située à quinze diamètres de la sortie du dernier coude. Nous donnons ci-après les schémas et les principales mesures correspondant à chaque cas particulier.

L'exploration complète des champs des vitesses a été faite seulement pour deux cas caractéristiques.

1,1 **Un coude brusque, précédé d'un tronçon rectiligne et d'un convergent** (*fig.* 71).

L'angle mesuré à une distance 0,1 D de la paroi semble avoir une valeur de 2°, changeant de signe aux points diamétralement opposés. Les fluctuations étant très fortes

et comme la précision de la sonde se rapproche dans ce cas à la valeur absolue de l'angle mesuré, il est difficile d'affirmer catégoriquement la présence d'une rotation stable.

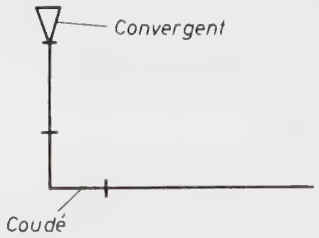


Fig. 71

1,2 **Coude ayant un rayon de courbure moyen** (R = 1,5 *d*) (*fig.* 72).

Aucune rotation appréciable n'a été révélée. La répartition de pression est uniforme.

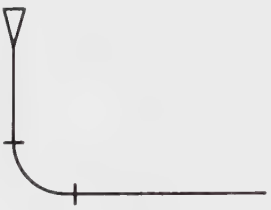


Fig. 72

1,3 **Deux coudes brusques successifs dont les axes sont dans le même plan** (*fig.* 73).

Une inclinaison de l'ordre de 1° variant avec le temps laisse croire qu'elle résulte des tourbillons éventuels.

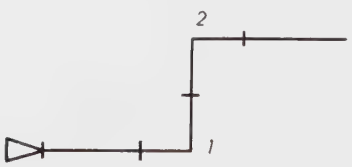


Fig. 73

1,4 **Deux coudes brusques successifs dont les plans de symétrie sont perpendiculaires entre eux** (*fig.* 74).

On constate une rotation très nette de l'inclinaison contre la paroi, allant jusqu'à 16°. La répartition de pression subit une diminution appréciable vers le centre. Les

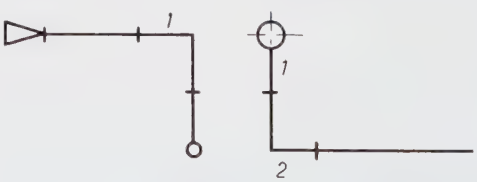


Fig. 74

résultats sont consignés dans le tableau VI ci-après et la répartition des vitesses tangentielles est tracée sur la *figure* 75. Celle-ci présente une allure analogue à la rotation en bloc.

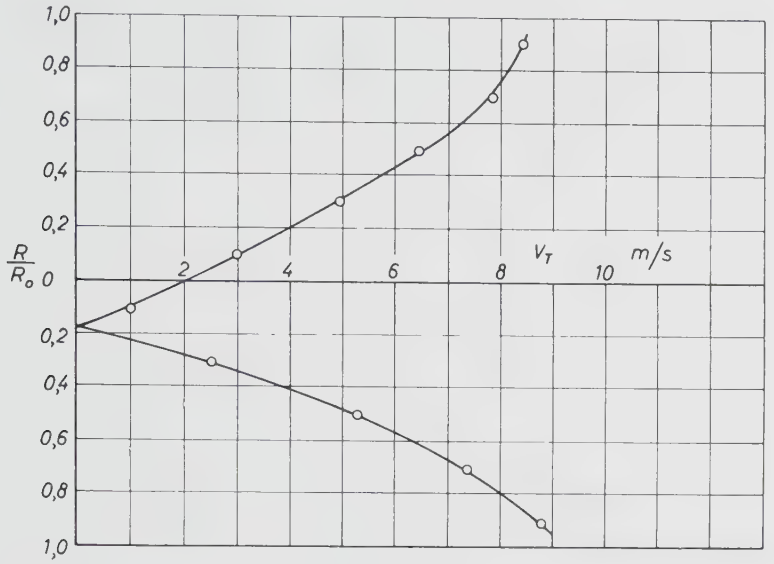


Fig. 75

Tableau VI

R	φ_0	P_s	V	V_t
		mm d'al.	m/s	
9	16,5	— 288,2	29,4	8,35
7	14,5	— 289,8	31,1	7,78
5	11,5	— 295,8	31,9	6,4
3	9	— 298	31,7	4,95
1	5,5	— 299,3	31,2	3
— 1	1	— 302,2	31,4	0,55
— 3	— 4,5	— 201,6	31,9	2,5
— 5	— 9,5	— 299,6	32	5,28
— 7	— 13	— 298,4	32,2	7,26
— 9	— 16	— 297	32	8,81

1,5 **Deux coudes brusques dont les plans de symétrie sont perpendiculaires entre eux mais orientés inversement** (*fig.* 76).

Comme on pourrait le voir par l'examen des schémas, ce cas ne diffère du cas précédent que par l'orientation (tourné de 180°), de l'un des deux coudes. L'expérience

montre qu'il n'y a aucune différence systématique en ce qui concerne l'intensité de la rotation, entre les deux cas; mais le sens de la rotation se trouve inversé (voir *fig.* 77).

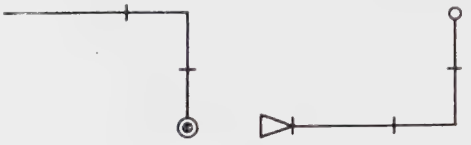


Fig. 76

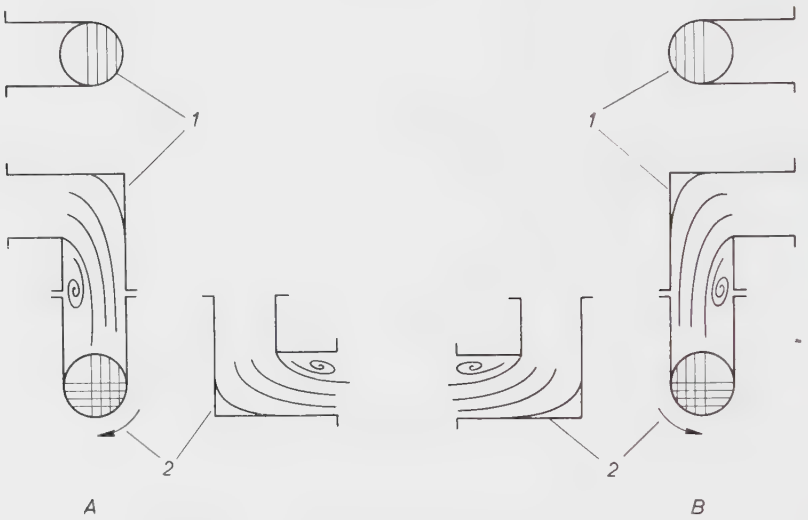


Fig. 77. — Rotation engendrée par deux coudes

1,6 **Deux coudes successifs sans convergent.**

Le schéma est le même que le précédent; on trouve une diminution de l'angle de vecteur vitesse à la paroi en comparaison avec le cas où les coudes sont précédés d'un convergent. C'est-à-dire que l'addition du convergent agit de façon à faire augmenter la rotation engendrée par deux coudes.

1,7 **Deux coudes entre lesquels se trouve un tronçon de 5 D de longueur** (*fig.* 78).

L'orientation est analogue à celle de l'essai nº 5. Le résultat est surprenant puisque avec l'addition d'un tronçon rectiligne entre les deux coudes on arrive à supprimer presque totalement la rotation.

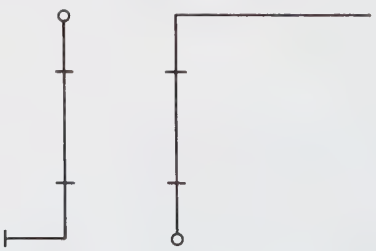


Fig. 78

On constate une inclinaison de l'ordre de 2° au lieu de 16 qu'on avait mesuré dans l'essai n° 5.

1,8 **Quatre coudes successifs** (1re variante) (*fig.* 79).

L'angle mesuré contre la paroi est de 6°.

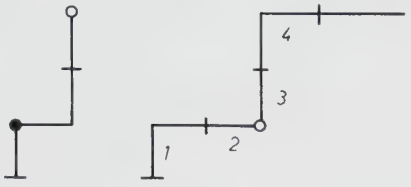


Fig. 79

1,9 **Quatre coudes successifs** (2e variante) (*fig.* 80).

L'inclinaison contre la paroi s'élève à 18°.

Ce dernier arrangement est équivalent à deux couples de coudes de l'essai n° 6, combinés en série.

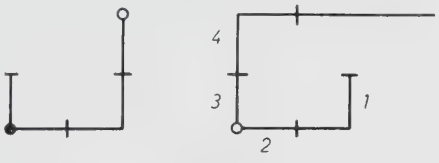


Fig. 80

2 CONCLUSIONS

A la lumière des expériences ci-dessus on peut aboutir aux conclusions suivantes :

— un écoulement hélicoïdal ayant une composante rotationnelle relativement forte, peut être obtenu au moyen d'une paire de coudes brusques, en les disposant de façon à mettre leur plan de symétrie perpendiculairement l'un à l'autre. La rotation ainsi obtenue ne change pas en valeur absolue quand on fait tourner l'un de ces coudes de 180°, mais le sens de rotation devient inverse.

Tout ceci conduit à croire que la cause d'une telle rotation est simplement la répartition non uniforme des vitesses constatées en aval des coudes. La *figure* (77) montre comment, un écoulement hélicoïdal est engendré, dans le cas de deux coudes successifs et perpendiculaires. Le coude 1 forme un jet par la séparation complète et le coude 2 opère sur un écoulement déjà séparé; il le force par une deuxième séparation vers l'extérieur. Cela revient à attaquer obliquement le conduit.

Les sens de rotations ainsi déterminés correspondent bien à ceux trouvés par les essais nos 5 et 6. Ceci encore explique la raison pour laquelle on obtient des rotations nettement plus fortes avec les coudes brusques.

Le convergent ayant généralement pour effet de diminuer l'intensité de la turbulence, il convient mieux à l'obtention du jet par séparation et, par suite, il augmente la rotation.

Quand on intercale un tronçon rectiligne entre deux coudes on améliore les conditions de l'écoulement à l'entrée du deuxième coude et on élimine pratiquement la rotation.

En 1952, dans un article publié en Russie, KALOUNICHKINE (réf. [51]) signala la présence des rotations considérables en aval des coudes isolés. Ici encore, une étude de son installation nous a montré que son ventilateur centrifuge, placé juste en amont du coude en question, peut jouer le rôle du premier coude, bien que l'auteur ne s'en soit pas aperçu.

Signalons, pour terminer, que dans notre installation destinée à étalonner la sonde A, on a constaté dans le jet, à proximité de la périphérie, une rotation stable de l'ordre de 1,5°. Ceci a été vérifié aussi par le procédé photographique. Une explication du même genre peut être donnée à ce phénomène. Mais il serait sage de laisser les conclusions définitives, dans les cas de très faibles rotations, aux résultats des futures expériences. Il est pourtant tout à fait logique de croire qu'une petite asymétrie est suffisante pour donner des vitesses rotationnelles à un petit nombre de particules; ce qui entraîne, par diffusion, la rotation, quoique faible, de toutes les particules. Comme la rotation s'amortit bien lentement, l'écoulement hélicoïdal sera constaté après une bonne distance en aval de la singularité.

Chapitre VI

ÉCOULEMENT GIRATOIRE DANS LES DIVERGENTS

On pourrait étudier l'ensemble du problème de l'écoulement giratoire en un seul chapitre, mais étant donné que les considérations théoriques sont encore loin de jouer un rôle principal, soit sur la conduite des expériences, soit sur l'interprétation des résultats, il nous a semblé préférable de consacrer un chapitre entier aux résultats purement expérimentaux et à leurs conclusions.

Avant d'aborder l'examen des expériences réalisées, nous nous proposons de fixer nos définitions sur les coefficients et facteurs qui caractérisent le fonctionnement d'un divergent en écoulement giratoire. A cet effet, nous reprenons d'une façon générale les mêmes termes et définitions qu'on a déjà utilisés en écoulement axial, quand ceci est possible, sinon nous en définissons les nouveaux.

1 DÉFINITIONS

1,1 Rendement du diffuseur.

C'est le rapport, de la différence du débit d'énergie potentielle à la différence du débit d'énergie cinétique, entre deux sections considérées du diffuseur. Ceci s'exprime en général :

$$\eta = \frac{\iint_{S_2} p\, dq - \iint_{S_1} p\, dq}{\iint_{S_1} \frac{\rho}{2} V^2\, dq - \iint_{S_2} \frac{\rho V^2}{2}\, dq} = \frac{P_{s_2} - P_{s_1}}{P_{d_1} - P_{d_2}}, \tag{115}$$

pour un écoulement giratoire dans un divergent de section circulaire, on a :

$$\eta = \frac{\int_0^{R_0(x)_2} pV_x\, dr - \int_0^{R_0(x)_1} pV_x \,.\, dr}{\int_0^{R_0(x)_1} \frac{\rho V^2}{2} \,.\, V_x \,.\, dr - \int_0^{R_0(x)_2} \frac{\rho V^2}{2} \,.\, dr}, \tag{115 a}$$

ou bien, en utilisant les coefficients d'énergie :

$$\eta = \frac{\gamma_2 - \gamma_1 \frac{1}{m^2}}{\alpha_1 - \alpha_2 \frac{1}{m^2}} = \frac{m^2\ \gamma_2 - \gamma_1}{m^2\ \alpha_1 - \alpha_2}. \tag{115 b}$$

1,2 **Coefficient de pression.**

$$(116) \qquad C_p = \frac{P_{s_2} - P_{s_1}}{p_{d_1}} = \frac{\iint_{s_2} p V_x \, d\sigma - \iint_{s_1} p V_x \, d\sigma}{\rho \frac{U_1^2}{2} \cdot Q},$$

ce qui serait égal à l'expression (4) si la répartition des pressions était uniforme.

1,3 **Facteur de diffusion.**

Ce facteur traduit le pourcentage de diminution de l'énergie cinétique par diffusion :

$$(117) \qquad F_d = \frac{P_{d_1} - P_{d_2}}{P_{d_1}} = 1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \frac{1}{m^2}.$$

1,4 **Rapport de diffusion.**

Ceci exprime le rapport entre la diffusion des vitesses tangentielles et celle des vitesses axiales :

$$(118) \qquad \psi = \frac{P_{dT_1} - P_{dT_2}}{P_{dx_1} - P_{dx_2}}.$$

1,5 **Efficacité du diffuseur.**

$$(119) \qquad \eta_d = \frac{P_{s_2} - P_{s_1}}{P_{d_1}} = F_d \cdot \eta = \frac{C_p}{\alpha_1}.$$

1,6 **Rendement converti.**

$$(120) \qquad \eta_{conv} = \frac{P_{s_2} - P_{s_1}}{\rho \frac{U_1^2}{2} \left(\alpha_1 - \frac{1}{m^2} \right)}.$$

1,7 **Coefficient de perte de charge.**

$$(121) \qquad K = \frac{P_{t_1} - P_{t_2}}{\rho \frac{U_1^2}{2}}.$$

1,8 **Rendement simple.**

$$(122) \qquad \eta_s = \frac{P_{s_2} - P_{s_1}}{\rho \frac{U_1^2}{2} \left(1 - \frac{1}{m^2} \right)}.$$

L'adoption d'un tel rendement revient à supposer que l'énergie correspondant aux vitesses tangentielles est considérée de toute manière comme perdue, ainsi que l'énergie cinétique excessive due à l'irrégularité du profil des vitesses.

1,9 **Rendement comparatif.**

J'appellerai rendement comparatif le rapport de l'énergie potentielle récupérée à l'énergie cinétique perdue correspondant aux vitesses axiales, en ignorant complètement la rotation. Ce rapport, bien qu'il n'ait pas de sens physique, pourra permettre de faire une comparaison avec l'écoulement axial :

(123)
$$\eta_{lx} = \frac{P_{s_2} - P_{s_1}}{P_{dx_1} - P_{dx_2}} = \frac{P_{s_2} - P_{s_1}}{\rho \frac{U_1^2}{2}\left(\alpha_{x_1} - \frac{\alpha_{x_2}}{m^2}\right)}.$$

2 LES TRAVAUX ANTÉRIEURS

On peut prétendre que l'écoulement giratoire dans les canalisations divergentes n'a pas fait, jusqu'à présent, l'objet principal d'une étude systématique. Cependant il existe quelques recherches expérimentales sur les diffuseurs dans lesquelles l'auteur semble s'être intéressé aussi à ce type d'écoulement et avoir fait quelques essais supplémentaires en vue de déterminer l'influence de la rotation pour un cas particulier. Nous les signalons ci-après.

2,1 **Expériences de Peters.**

Dans le mémoire de Peters, publié en 1931 (réf. [6]), sur la récupération d'énergie dans les diffuseurs coniques, nous trouvons une partie consacrée à l'influence de la rotation sur le rendement. Notons tout de suite que ces expériences étaient d'abord limitées par le type d'écoulement giratoire utilisé; d'autre part, le divergent était suivi d'un conduit aval sur lequel se trouvait la section de sortie (*fig.* 81).

Pour engendrer la rotation, Peters a utilisé une série d'inclineurs fixes dont les angles et les courbures ont été déterminés de façon à donner une rotation en bloc. L'air, sortant de l'inclineur, entre dans le diffuseur, après avoir parcouru un conduit rectiligne dont la longueur est variée suivant le cas; et c'est par ces variations que l'on obtient enfin une rotation plus ou moins forte à l'entrée du divergent. La *figure* 82 montre les répartitions des vitesses tangentielles à l'entrée pour trois différentes longueurs de tuyaux utilisés pendant les essais.

Pour trouver le rendement, Peters a mesuré les inclinaisons des vitesses et les pressions totales à l'aide d'une sonde cylindrique. Quant aux pressions statiques, elles ont été calculées à partir de la pression à la paroi en utilisant la formule de la condition d'équilibre (1).

(1) Ce procédé sera discuté plus loin.

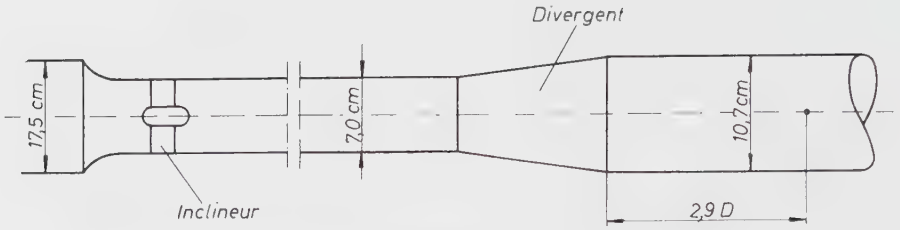


Fig. 81

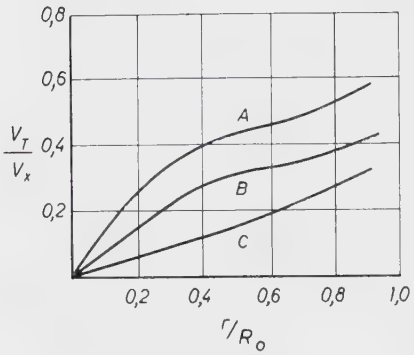


Fig. 82

A : distribution après 27,1 D;
B : distribution après 41,1 D;
C : distribution après 60,1 D.

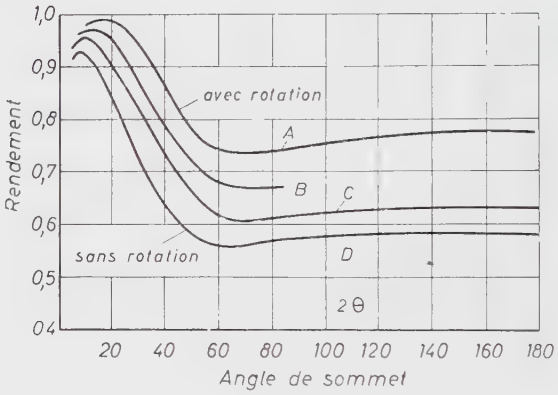


Fig. 83

A : rotation profil A; B : rotation profil B;
C : rotation profil C;
D : écoulement axial $l \simeq 2$ D

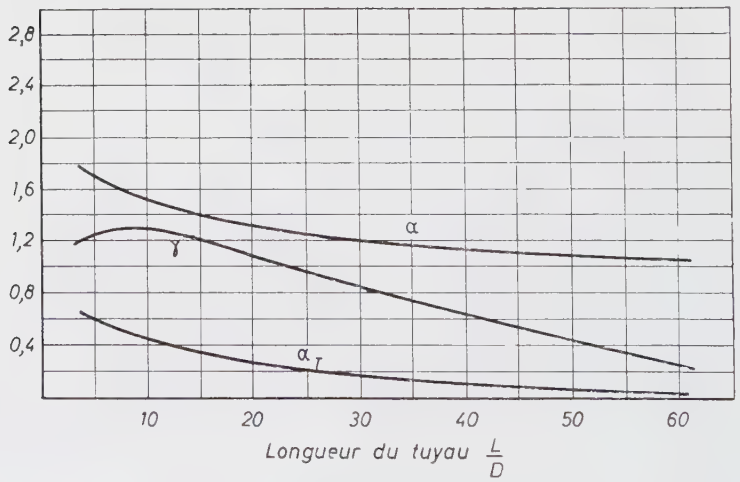


Fig. 84

Expériences de Peters

Les résultats de ces expériences sont donnés sur la *figure* 83 en rendement du divergent. Sur le même diagramme, à titre de comparaison, on donne le rendement en écoulement axial en fonction de l'angle du divergent, avec un tronçon d'entrée de 2 D de longueur. On voit très clairement que le rendement du diffuseur en écoulement axial est bien inférieur à celui des diffuseurs parcourus par un écoulement giratoire. Plus la rotation est forte, plus l'amélioration du rendement est appréciable, surtout pour les grandes ouvertures.

Il ne faut pas perdre de vue que ce rendement est celui d'un diffuseur avec un tronçon de restitution. Dans ce tronçon a lieu une certaine récupération (voir *fig.* 84). Peters a aussi déterminé les distances des sections de pression maximale à compter de la section de sortie du divergent, en fonction de l'ouverture. Il a conclu qu'avec la rotation, la position de la section de pression maximale se déplace vers l'aval.

2,2 **Article de Patterson.**

Comme nous l'avons déjà mentionné au premier chapitre, G. N. Patterson, dans son article intitulé « Modern Diffuser Design » (réf. [13]), tout en faisant un résumé des essais et des recherches antérieurs, tire des conclusions plus ou moins générales, conclusions qui concernent en partie les écoulements avec rotation.

Il distingue deux types de rotation caractéristiques à savoir : une rotation dont la répartition des vitesses tangentielles est conforme à celle de l'écoulement à potentiel, soit : $V \cdot r = C^{te}$. Ce type d'écoulement se produit, selon lui, dans la majorité des cas, à la sortie des ventilateurs hélicoïdes et des pompes axiales, et présente un intérêt pratique.

Le deuxième type d'écoulement est analogue à une rotation en bloc en ce qui concerne la répartition des composantes rotationnelles des vitesses.

D'après Patterson les deux types de rotation en général améliorent le rendement de la transformation. Mais, comme la composante tangentielle de la vitesse n'est pratiquement pas récupérable, l'avantage apporté par la présence d'un gradient de pression radial est compensé et même dépassé pour les rotations fortes. Donc l'amélioration du rendement due à une rotation du type vortex ne se produit que pour les très faibles rotations, puisque pour une inclinaison donnée à la paroi ce type d'écoulement contient une énergie cinétique rotationnelle plus élevée que celle correspondant à un écoulement de rotation en bloc. La rotation en bloc, dans les limites des expériences réalisées, a toujours un effet favorable.

Pour pouvoir obtenir la récupération des composantes tangentielles il faut envisager un divergent ayant un moyeu central, ce qui vient à utiliser un divergent de section annulaire.

2,3 **Travaux de Kaufmann.**

Ces travaux sont relativement récents (réf. [33]) et ont pour objet d'étudier l'influence des caractères de la couche limite sur les diffuseurs des turbomachines.

Aussi l'auteur a-t-il expérimenté trois divergents coniques avec et sans rotation et avec et sans soufflage de la couche limite. Les dimensions et les angles des divergents

sont donnés sur la *figure* 86. L'écoulement giratoire était engendré par une série d'aubes fixes assurant une rotation en bloc.

La transformation de l'énergie cinétique en énergie potentielle et, par conséquent, la qualité du divergent, a été évaluée seulement par des mesures des pressions statiques. C'est pourquoi les résultats numériques de ces expériences ne peuvent présenter qu'une valeur qualitative en ce qui concerne l'écoulement giratoire. Les coefficients utilisés pour présenter la bonne qualité des diffuseurs sont les suivants :

$$C_p = \frac{p_2 - p_0}{p_{d_0}}, \qquad \eta_s = \frac{p_2 - p_0}{p_d\left(1 - \frac{1}{m^2}\right)}.$$

Pour un écoulement axial ceux-ci sont équivalents au coefficient de pression et au rendement simple, mais pour un écoulement giratoire il existe une accélération entre les sections 0 et 1 (voir *fig.* 85). Par suite, la récupération entre 1 et 2 est plus grande que celle entre 0 et 2.

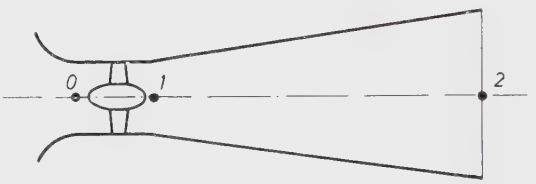


Fig. 85

Divergent n° I ($2\theta = 41°,6$).

Le rendement simple a été égal à 37,8 % pour un écoulement axial, une valeur qui est en accord avec les résultats de Peters (*fig.* 4). En introduisant une rotation forte du type en bloc, on élimine le décollement et on augmente le rendement jusqu'à 67,4 %.

Kaufmann explique ce fait avec la théorie de Strscheletzsky, selon laquelle l'écoulement dans une canalisation s'organise toujours de façon à donner la moindre action qui est définie par :

$$W = \iint_1^2 \rho V \, ds \, dq, \tag{124}$$

où s désigne le chemin parcouru et q le débit élémentaire. Lorsque le travail d'un écoulement ainsi calculé le long d'une paroi, entre deux sections, est toujours inférieur au travail calculé par un autre chemin suivi par le courant, l'écoulement adhère à la paroi. Par contre, s'il existe un autre chemin donnant un plus petit travail, l'écoulement se décollera. En d'autres termes, un fluide sans frottement ne peut suivre une limite fixe que si toutes les variations virtuelles des profils des vitesses, compte tenu de la condition de continuité, sont associées à une augmentation de l'action W.

Ce type de décollement se produit, selon Kaufmann, dans les diffuseurs de divergence très élevée. C'est pourquoi, dans ces conditions, on ne peut éliminer la séparation par des procédés dits conventionnels, tels que soufflage ou aspiration de la couche limite. Mais en introduisant une rotation on change la nature de l'écoulement et il devient possible ainsi d'empêcher la séparation jusqu'à une limite beaucoup plus élevée.

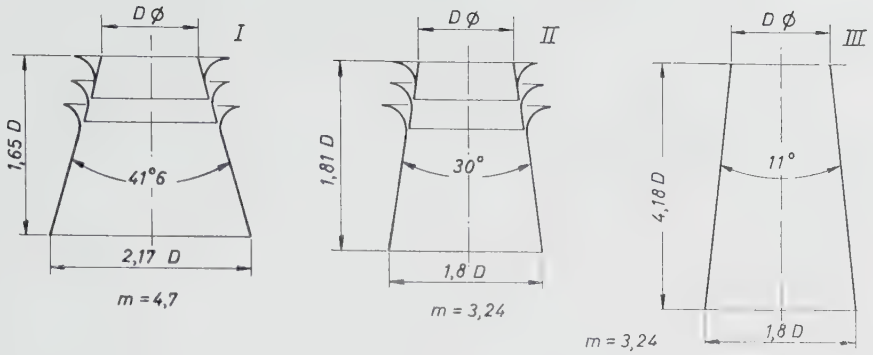


Fig. 86

TABLEAU VII

Expériences de Kaufmann

U	a_1	a_2	ÉCOULEMENT	C_p	η_s
m/s	mm	mm			
			Divergent n° I		
54,5	0	0	Axial	0,362	0,379
61,8	8	0	Axial	0,361	0,378
70,4	8	0	Giratoire en bloc	0,752	0,778
68,8	8	10	Giratoire en bloc	0,716	0,740
64,2	0	0	Giratoire en bloc	0,652	0,675
			Divergent n° II		
59,9	0	0	Axial	0,400	0,446
68,0	4	6	Axial	0,416	0,460
80	0	0	Giratoire en bloc	0,84	0,902
73	8	8	Giratoire en bloc	0,749	0,814
62,8	0	0	Giratoire du type B	0,517	0,555
64,2	8	8	Giratoire du type B	0,585	0,627
			Divergent n° III		
87,8			Axial	0,821	0,881
78,5			Giratoire en bloc	0,858	0,920
87,6			Giratoire du type B	0,859	0,921

Nous avons consigné les résultats concernant les trois divergents nos I, II, III, dans le tableau VII. Il y existe aussi deux colonnes montrant les ouvertures des fentes de soufflage : a_1 et a_2.

On peut constater que pour le divergent no I, sans rotation, le soufflage n'améliore pas le rendement. Mais, une fois que la séparation complète est éliminée à l'aide de la rotation, l'application de soufflage devient efficace. Ainsi le rendement simple monte à 77,8 %.

Divergent no II ($2\theta = 30°$).

On observe en écoulement axial, avec ce divergent, une instabilité considérable. Le décollement se produit au voisinage de la deuxième fente. Le rendement est de l'ordre de 45 %. Lorsqu'on souffle la couche limite, on obtient un gain de 3 % pour l'ouverture la plus favorable. Avec l'utilisation de l'inclineur donnant une rotation en bloc, l'écoulement devient parfaitement exempt de décollement, le rendement s'élève à 90 %. Puisque, dans cette condition, il n'y a aucune trace de décollement, le soufflage n'a pour effet que d'augmenter les pertes totales.

Dans une autre série d'essais une autre directrice a été utilisée; celle-ci donnant une rotation telle qu'on observe généralement en aval des roues hydrauliques axiales. Cet écoulement comprenait de faibles vitesses tangentielles au voisinage de la paroi et de l'axe, mais avec des sens de rotations contraires. On a conclu que l'effet d'une telle forme de rotation est moins favorable; le décollement n'est pas complètement supprimé. Aussi a-t-on constaté que, dans ce cas, le soufflage a une influence appréciable.

Divergent no III ($2\theta = 11°$).

L'écoulement sans rotation était déjà stable et on obtenait un rendement de 88 %. Pourtant, on a obtenu une amélioration avec rotation.

Il est intéressant de remarquer que dans les expériences de Kaufmann le rendement mesuré, dans le cas de l'écoulement giratoire, est inférieur au rendement réel du divergent qui donne pourtant une amélioration considérable par rapport au cas où il n'y a pas de rotation. Ceci revient à admettre qu'en créant une rotation artificielle du type en bloc, on peut améliorer le rendement d'un diffuseur qui est parcouru originellement par un écoulement axial.

2,4 **Autres recherches.**

Wullers a mesuré (réf. 52) le rendement d'un diffuseur en aval d'un ventilateur axial et a constaté une amélioration en raison de la rotation créée par le ventilateur. Mais, dans ces essais, on ne sait rien sur le caractère et l'intensité des rotations en question.

Récemment, les travaux de M. Campmas, en France, ont apporté des résultats intéressants au sujet de l'influence des composantes rotationnelles des vitesses sur le rendement des diffuseurs des turbines hydrauliques. Nous n'avons pas reproduit ces résultats dans ce chapitre puisqu'ils concernent plutôt les aspirateurs coudés.

3 EXPÉRIENCES SUR UN DIVERGENT PARCOURU PAR DES ÉCOULEMENTS GIRATOIRES

L'exposé que nous venons de faire sur les travaux antérieurs montre bien que, malgré quelques résultats intéressants, les études sont loin d'englober le problème. Les expériences effectuées ne fournissent pas les renseignements nécessaires pour en extraire des conclusions générales. D'abord, il n'y a pas de résultats quantitatifs sur les écoulements giratoires ayant une rotation autre que du type en bloc. Deuxièmement, mettant à part les travaux de Peters dont la méthode de mesure sera discutée plus loin, les chercheurs n'ont pas exploré le champ de vitesse qui est le seul moyen pour déterminer le rendement ou la perte de charge.

Troisièmement, on ne sait encore rien sur l'évolution de la rotation le long du divergent. Nos travaux ont pour objet de combler ces lacunes dans les mesures possibles.

3,1 **Description des expériences.**

On a effectué huit séries d'essais sur un divergent de 7° dont le montage est indiqué sur les *figures* 87. Pour chaque série, la rotation à l'entrée du diffuseur a été variée soit par la position de l'inclineur soit par la longueur du tuyau d'entrée.

Les séries I et II furent réalisées en 1953 et les autres en 1958-59. Le mode de mesure utilisé était en général le même pour tous les essais, sous réserve que la sonde employée en 1953 était un peu moins perfectionnée et, d'autre part, à cette époque nous ne disposions pas de la méthode photographique de mesure d'inclinaison.

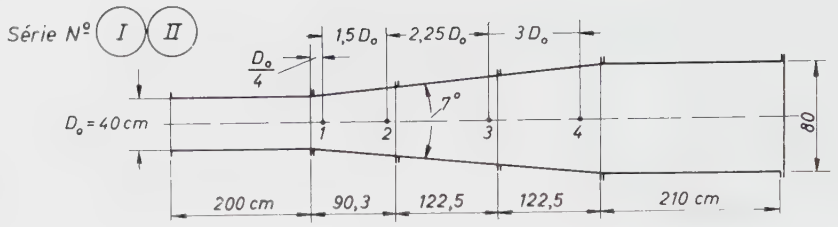
En ce qui concerne l'installation proprement dite, ces deux premières séries comportaient un caisson cylindrique auquel le diffuseur venait déboucher.

En raison des difficultés locales, les sections du diffuseur dans lesquelles on a exploré les champs de vitesses et des pressions n'ont pas toujours été choisies à intervalles égaux.

D'autre part, étant donné que le divergent lui-même était constitué de plusieurs tronçons coniques raccordés par des brides, les rapports des surfaces des sections choisies ne sont pas toujours des nombres ronds.

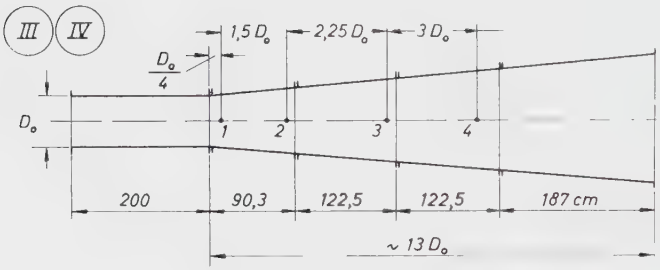
Les *figures* 87 *a*, 87 *b*, 87 *c*, 87 *d* indiquent quatre schémas d'installation correspondant à huit séries d'essais, ainsi que les positions et les rapports des sections de mesure. L'exploration complète des champs des vitesses n'était pas possible dans toutes les sections indiquées sur la figure, puisque les vitesses devenaient trop faibles loin de l'entrée.

En général, les mesures des vitesses et des pressions ont été faites sur un diamètre avec des intervalles d'un centimètre. Par la sonde I, on a pu se rapprocher jusqu'à 1 cm de la paroi. Comme la section de la veine fluide était beaucoup plus grande que celle du tube, la présence de ce dernier ne provoquait pas une perturbation notable qui puisse porter préjudice aux mesures et au fonctionnement du diffuseur.



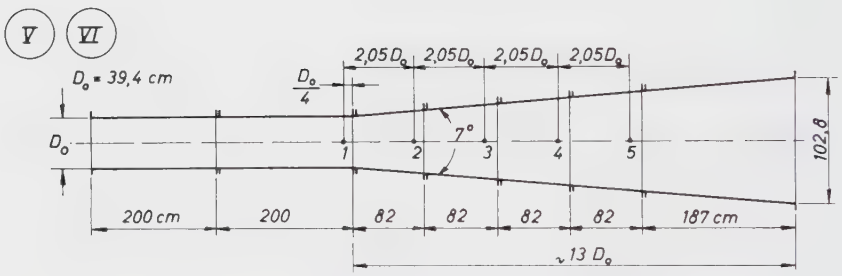
$S_1 : S_2 : S_3 = 1 : 1{,}34 : 2$

Fig. 87 *a*



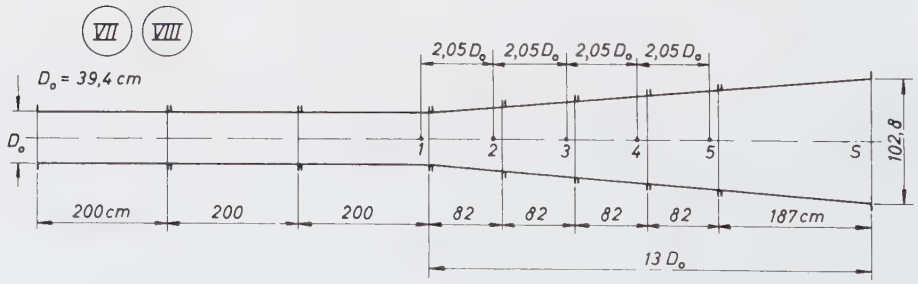
$S_1 : S_2 : S_3 = 1 : 1{,}34 : 2$

Fig. 87 *b*



$S_1 : S_2 : S_3 : S_4 = 1 : 1{,}46 : 2{,}14 : 2{,}93$

Fig. 87 *c*



$S_1 : S_2 : S_3 : S_4 = 1 : 1{,}46 : 2{,}14 : 2{,}93$

Fig. 87 *d*

3,2 **Résultats.**

A. — Les inclinaisons.

Les résultats des mesures des inclinaisons du vecteur vitesse concernant huit différentes séries d'essais sont représentés sur les diagrammes des *figures* 88 *a*, 88 *b*, 88 *c*, 88 *d* et 88 *e*.

Dans ces diagrammes, les répartitions des inclinaisons φ qui étaient définies comme l'angle compris entre le vecteur vitesse et l'axe, sont exprimées en fonction du rayon relatif $\frac{R}{R_0}$ au point considéré, R_0 étant le rayon de la section en question. Dans les séries I, II et VII on a mesuré les vitesses sur un rayon au lieu d'un diamètre.

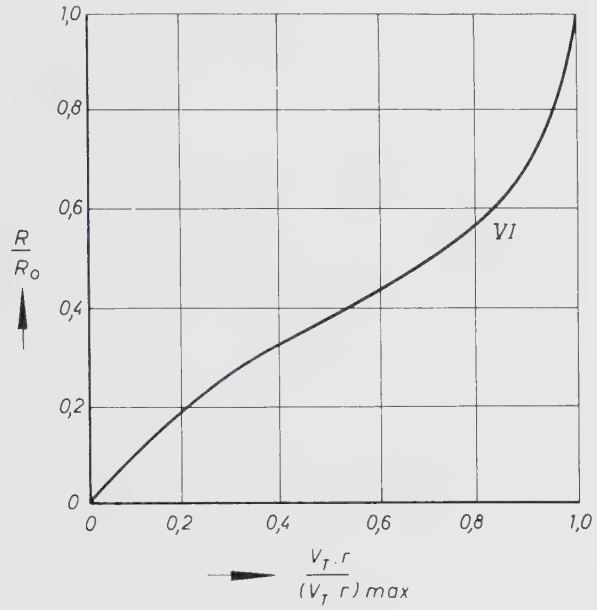


Fig. 88 *a*

D'autre part, nous avons porté sur la *figure* 89 les variations de l'inclinaison à la paroi en fonction de la distance relative comptée à partir de l'entrée du diffuseur. Ces valeurs ont été relevées en partie par la sonde à trois ouvertures et en partie par la méthode photographique : cette dernière méthode étant utilisée particulièrement dans les sections loin de l'entrée. Quand les mesures ont été effectuées en deux points d'une même section (cas des mesures sur un diamètre), on prenait la moyenne de deux mesures, ainsi que pour les sections où l'on a utilisé les deux méthodes en même temps.

L'examen de ces diagrammes nous conduit aux constatations suivantes :

1° les courbes des répartitions des inclinaisons sur un rayon présentent, en général, un maximum près de l'axe, sauf dans les séries II et V pour lesquelles les inclinaisons étaient relativement faibles. On peut dire que l'inclinaison croît vers l'intérieur quand sa valeur contre la paroi est supérieure à 25°, au contraire, quand l'inclinaison à la paroi se trouve au-dessous de 20° on pourrait être presque sûr d'avoir une répartition

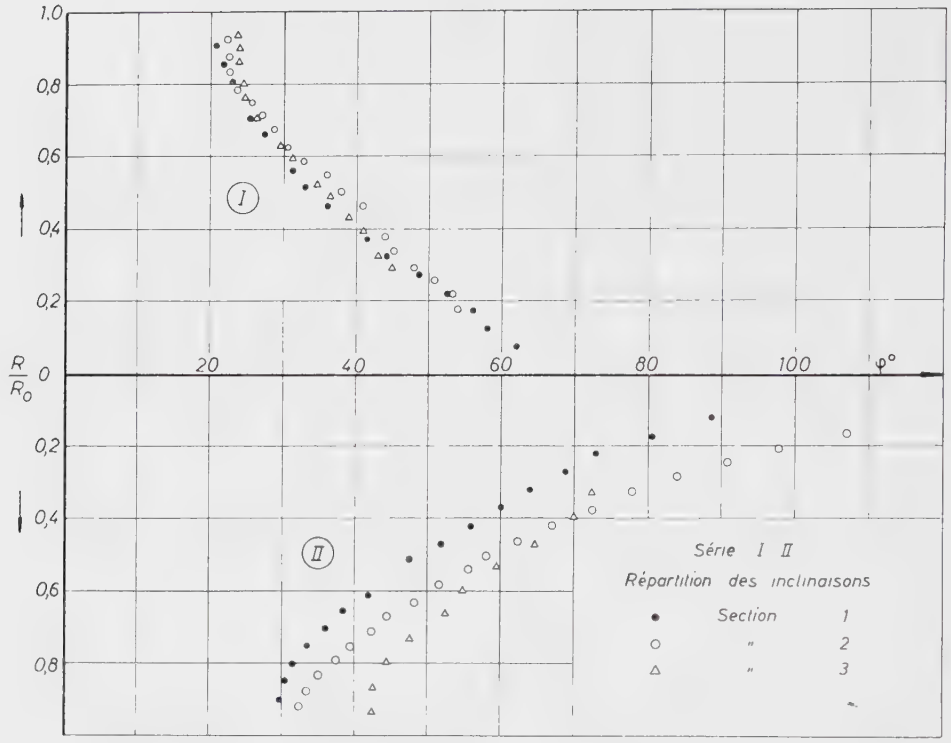


Fig. 88 *b*

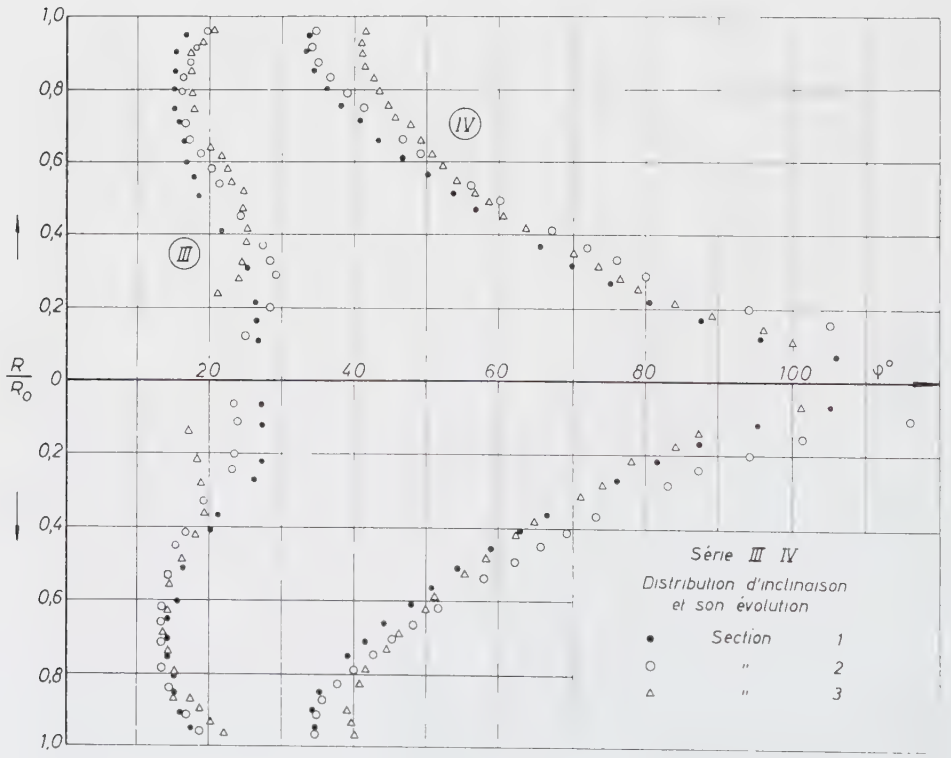


Fig. 88 *c*

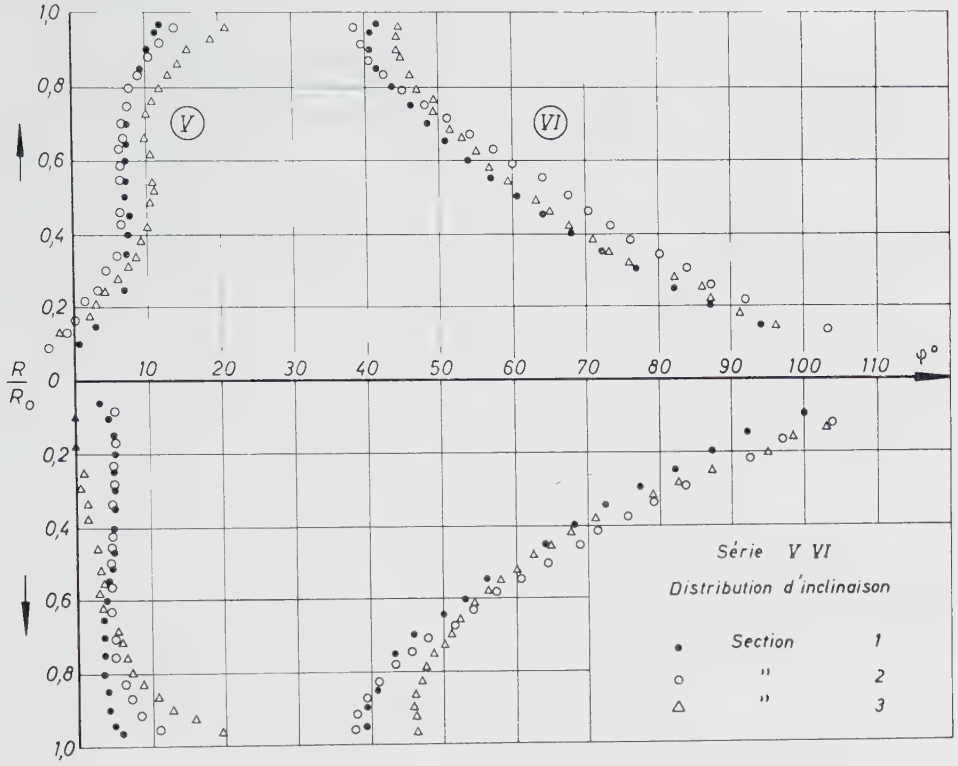


Fig. 88 *d*

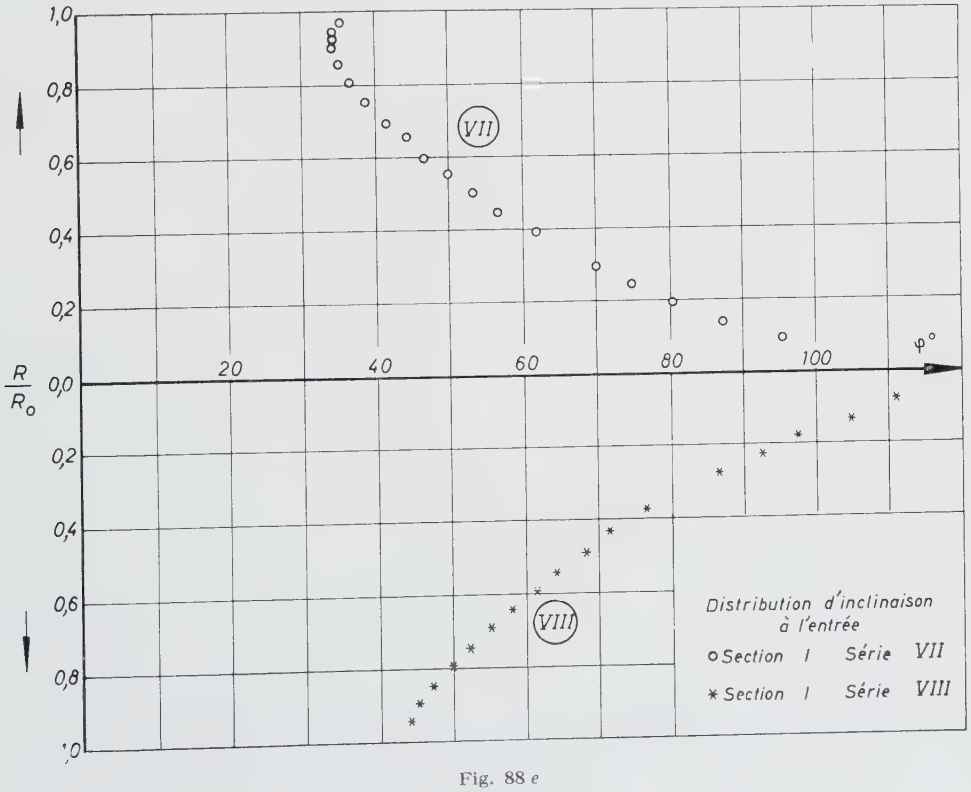


Fig. 88 *e*

décroissante vers l'intérieur. Du fait qu'il est impossible de mesurer l'angle réel sur la paroi, nous entendons par « l'inclinaison à la paroi », l'inclinaison mesurée en un point correspondant à un rayon relatif $\frac{R}{R_0} = 0{,}95$;

2° bien que l'on observe en général une augmentation des inclinaisons le long du divergent dans le sens de l'écoulement, cette augmentation n'est pas aussi forte qu'il fallait s'y attendre selon l'application du théorème de quantité de mouvement et en négligeant le frottement.

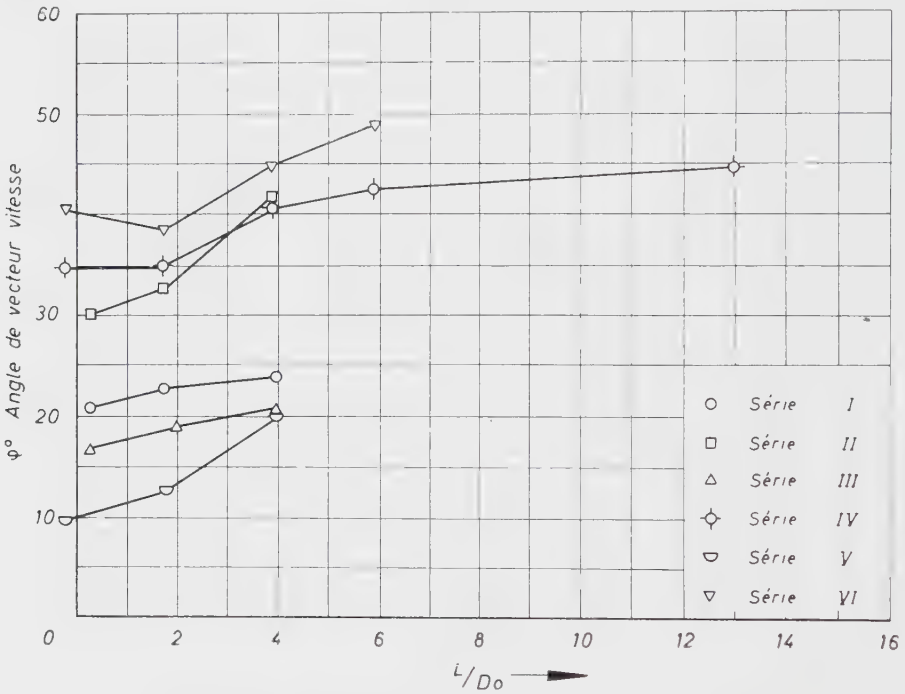


Fig. 89. — Inclinaison à la paroi en fonction de la distance à l'entrée

En outre, l'inclinaison ne varie pas de la même manière pour tous les points d'un rayon. Généralement, ceux voisins de la paroi subissent l'augmentation la plus forte tandis que dans la partie centrale on observe une légère diminution;

3° la dissymétrie observée sur les courbes de répartition des inclinaisons n'est pas appréciable. La différence en angle pour deux points diamétralement opposés et ayant la même distance à l'axe ne dépasse en aucun cas 2°, si ces points sont loin de l'axe, mais au contraire au voisinage de l'axe une différence de 5° est très fréquemment observée. Ceci paraît très normal si l'on tient compte du fait que dans cet endroit le gradient de l'inclinaison est très grand et que les mesures manquent de sensibilité par suite des fluctuations très fortes;

4° signalons que la plupart du temps l'angle mesuré par la méthode photographique s'accordait bien avec celui mesuré par la sonde à trois ouvertures, la dernière donnant des valeurs légèrement supérieures. Lorsque le régime d'écoulement est très

peu stable, l'écart des mesures devient notable (de l'ordre de 5°). Sur les diagrammes de la *figure* 89 les moyennes arithmétiques de ces deux mesures ont été considérées. Au-delà d'une section limite où la sonde n'est plus utilisable à cause des vitesses faibles, l'angle a été déterminé uniquement par la méthode photographique. Mais la correction précédente a été appliquée à la valeur mesurée.

On remarquera une augmentation continuelle de l'inclinaison à la paroi sur le diagramme de la *figure* 89.

B. — Les vitesses axiales.

Les courbes données sur les *figures* 90 *a*, 90 *b* et 91 *a*, 91 *b* représentent les répartitions des vitesses axiales et ses évolutions le long du divergent. La *figure* 90 *a* indique les résultats de la série V et la *figure* 90 *b* ceux de la série VI, les vitesses y sont portées en valeurs absolues. Ce sont deux exemples caractéristiques : la série V représente un écoulement de faible rotation et la série VI celui de forte rotation. L'intérêt d'une présentation sous forme sans dimensions est généralement indiscutable. Sur les *figures* 91 *a* et 91 *b* toutes les courbes expérimentales sont présentées sous cette forme. Mais nous avons en plus cru utile de donner deux exemples types en valeur absolue, en vue de montrer l'ordre de grandeur des vitesses et des dispersions des points expérimentaux.

Les remarques suivantes ressortent de l'examen des résultats expérimentaux :

- toutes les courbes de répartition des vitesses axiales portent un caractère commun : c'est qu'elles sont toutes creuses au milieu. Cette propriété est d'autant plus prononcée que la rotation est forte. Il arrive ainsi, pour certains essais, qu'un écoulement de retour se produit sur l'axe du divergent. Dans les séries IV, VI, VII et VIII, pour lesquelles l'inclinaison à la paroi était supérieure à 30°, le phénomène de retour est bien net, mais il est regrettable qu'il ne soit pas possible d'obtenir une précision sur la valeur absolue des vitesses en cet endroit.

Nous avons déjà parlé de ce problème au chapitre II, on a conclu que, dans les cas de grande rotation, il faut s'attendre à un noyau dans lequel les vitesses sont en effet négligeables. On peut encore expliquer le phénomène de retour en considérant l'équilibre d'un élément fluide cylindrique au centre de la canalisation (*fig.* 92), puisque en raison de très grand gradient de pression radial la pression amont devient très petite par rapport à la pression aval, provoquant ainsi un mouvement dans le sens contraire de l'écoulement général. Pour les faibles rotations on observe simplement une légère diminution des vitesses axiales vers le centre. Dans ce cas il ne s'agit pas de noyau et par conséquent la théorie développée par Bammert n'est plus applicable;

— quant à l'évolution de la répartition des vitesses axiales le long du divergent, elle garde la même tendance que l'on rencontre en écoulement sans rotation. C'est-à-dire que la courbe de répartition devient de plus en plus irrégulière jusqu'à une certaine limite. En écoulement giratoire ceci peut être dû à deux causes. La première est le développement de la couche limite qui, dans ce cas, se trouve accentué d'après l'énoncé cité au chapitre IV. La deuxième cause est l'augmentation de l'inclinaison de vitesse vers l'aval, augmentation qui se traduit par un ralentissement plus fort au centre. Après une certaine distance l'irrégularité commence à s'atténuer;

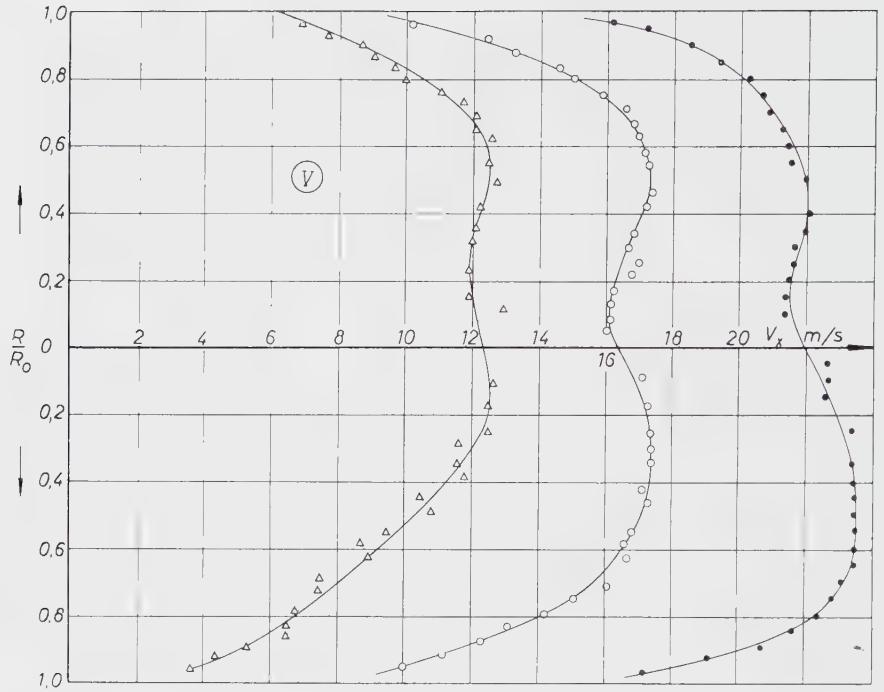


Fig. 90 *a*

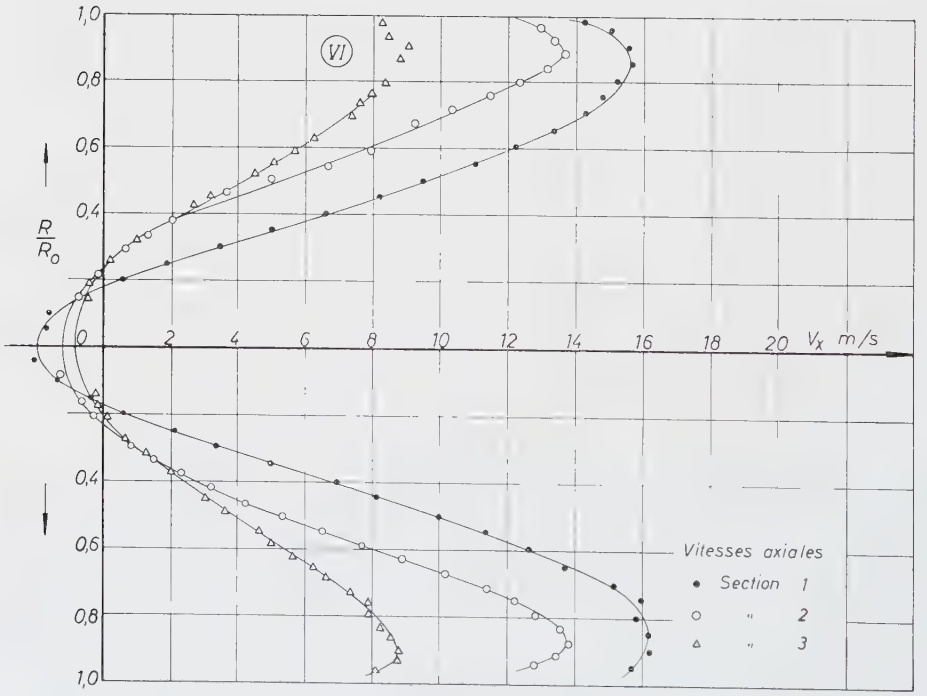


Fig. 90 *b*

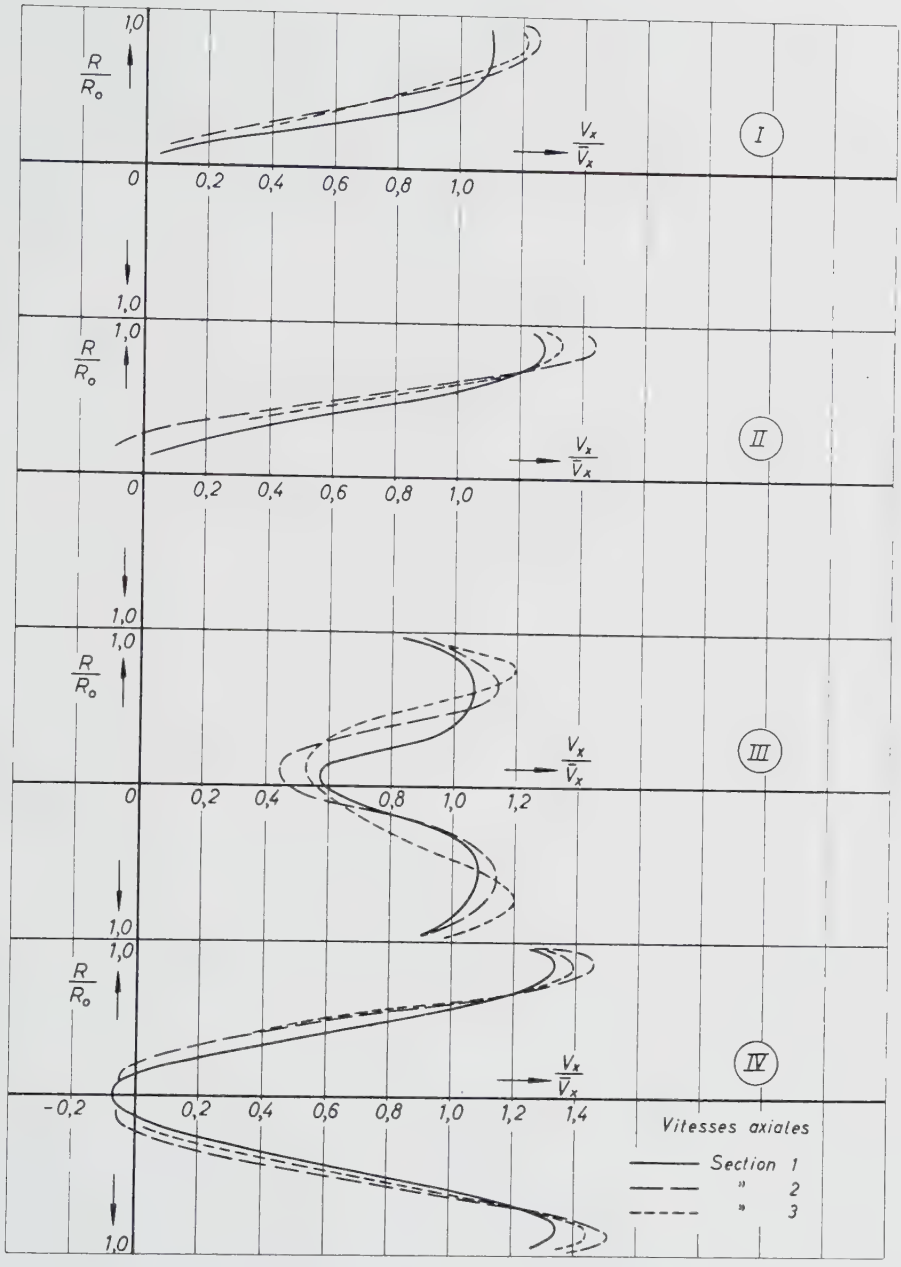

R/R₀
1,0
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1,0
1,2
1,4
-0,2
Vx/V̄x
I
II
III
IV
Vitesses axiales
Section 1
" 2
" 3

Fig. 91 *a*

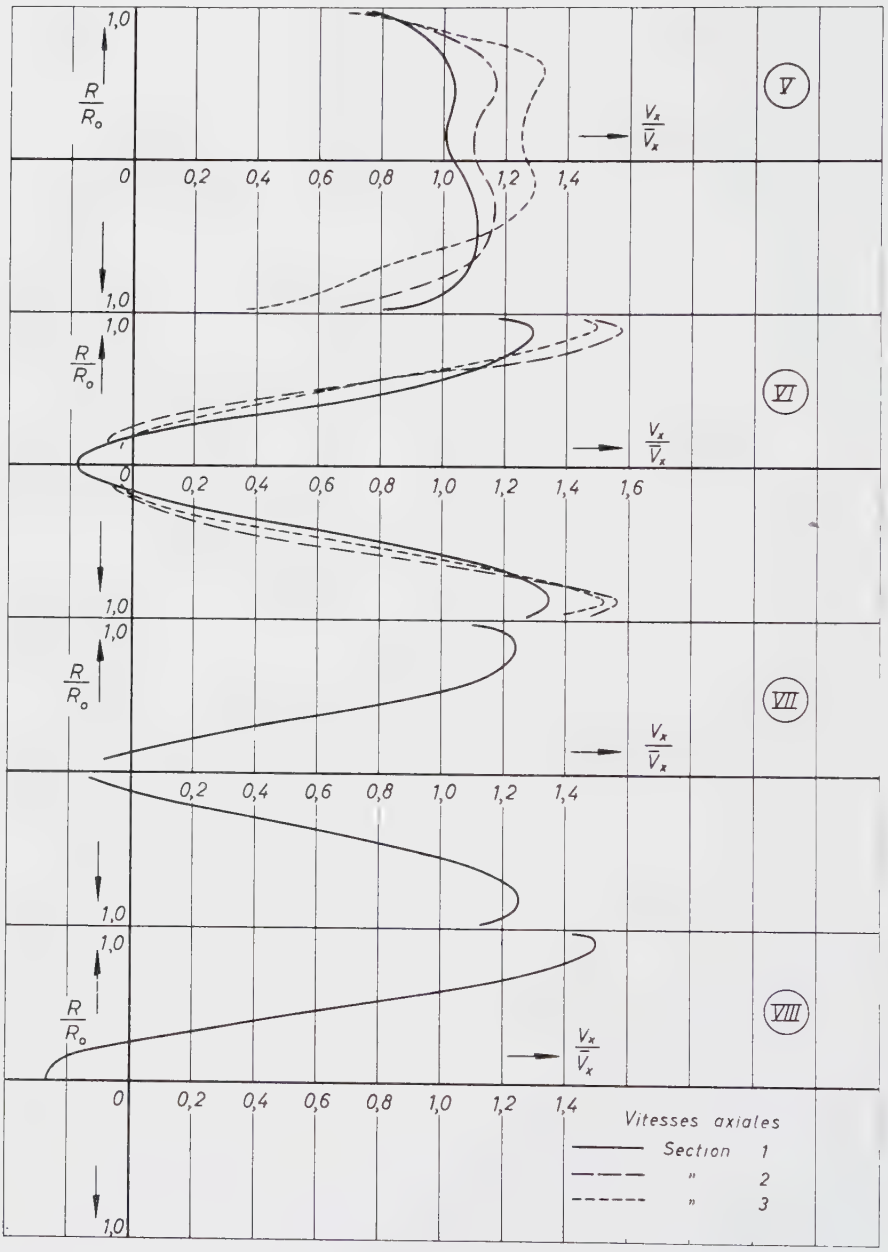

V
VI
VII
VIII
R/R₀
Vx/V̄x
1,0
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1,0
1,2
1,4
1,6
Vitesses axiales
Section 1
" 2
" 3

Fig. 91 *b*

il est encore très intéressant à remarquer que les courbes de répartition concernant les écoulements giratoires de forte rotation présentent un gradient nettement plus élevé par rapport à celui que présentent les écoulements de faible rotation. Ce résultat confirme ceux de MM. Wattendorf et Yeh dans ce sens que la paroi concave, en augmentant l'instabilité et les fluctuations, assure un gradient de vitesse élevé.

— signalons encore que lors de nos expériences nous obtenions un écoulement généralement plus stable quand la rotation était forte. Mais cette stabilité concerne les fluctuations de longue durée (2-4 mn) et elle n'a aucun rapport avec les fluctuations turbulentes. Pour les faibles rotations, au contraire, l'écoulement devenait très instable dans le divergent et que les mesures perdaient de sensibilité. La dispersion des points expérimentaux dans la série V confirme cette observation;

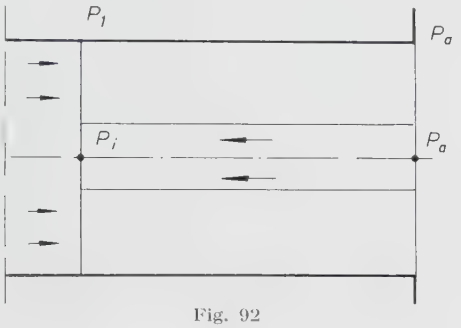


Fig. 92

— on peut aussi voir facilement que les vitesses tangentielles élevées ont pour effet d'atténuer la dissymétrie de la répartition des vitesses. Il suffit de comparer les graphiques de la *figure* 90 *a* avec ceux de 90 *b*, les derniers ne présentant pratiquement pas de dissymétrie.

C. — Vitesses tangentielles.

Comme dans le cas des vitesses axiales ici encore les résultats sont présentés en deux formes. Sur les *figures* 93 *a*, *b*, *c* et *d* on trouvera les vitesses tangentielles absolues concernant les séries III, IV, V et VI. Dans ces graphiques nous avons aussi indiqué les points expérimentaux grâce auxquels on pourra se rendre compte de la dispersion ainsi que de la variation des précisions de mesure d'une condition à l'autre.

Sur les *figures* 94 *a* à 94 *h* (séries I à VIII) sont tracées les courbes de répartition des vitesses tangentielles relatives dans la section d'entrée du divergent et à deux sections consécutives. Nous entendons par la vitesse tangentielle relative, le rapport de la composante tangentielle de vitesse à la vitesse moyenne de la section considérée.

Ces diagrammes nous permettent de fixer les conditions d'entrée ainsi que de dégager les constatations suivantes :

1° les caractères généraux des répartitions des vitesses tangentielles à l'entrée (section I) sont conformes à ceux qui ont été signalés en références [36] et [45]. Ces caractères se résument ainsi : pour les inclinaisons fortes on distingue deux zones, à savoir, une zone centrale où le fluide tourne en bloc et, par conséquent, la répartition est linéaire;

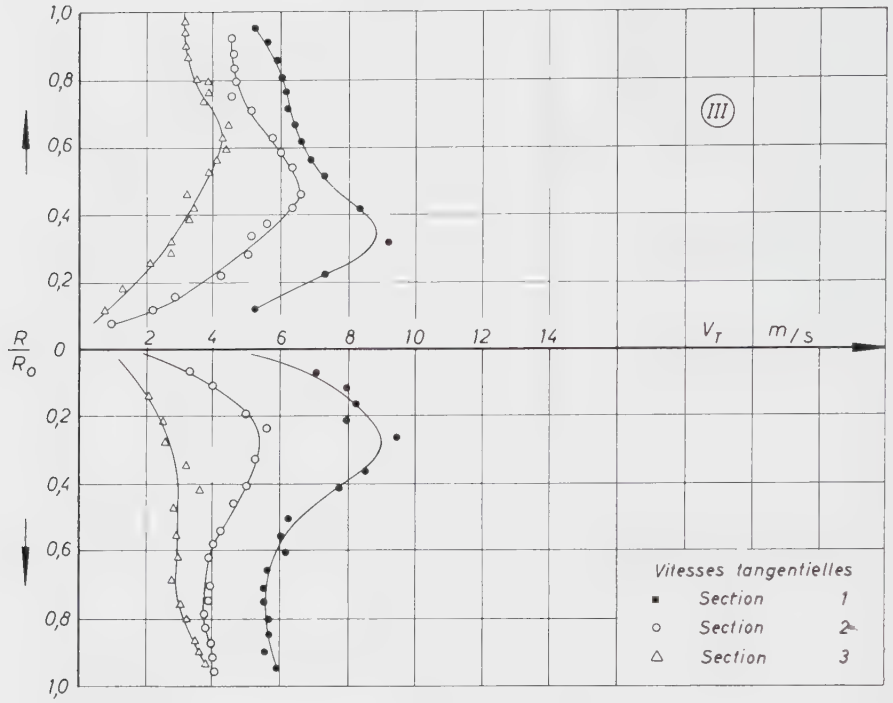


Fig. 93 *a*

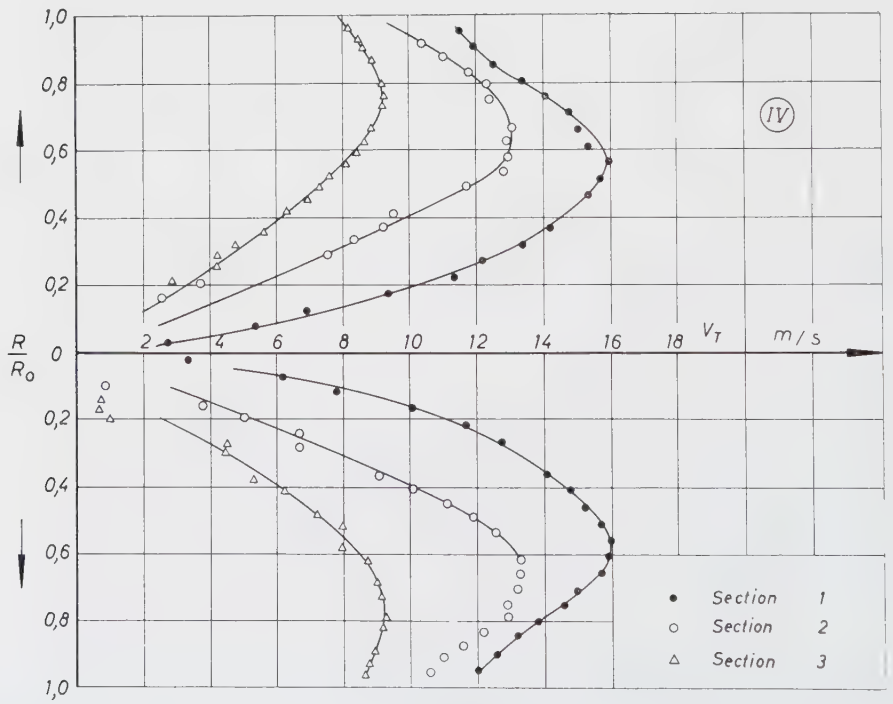


Fig. 93 *b*

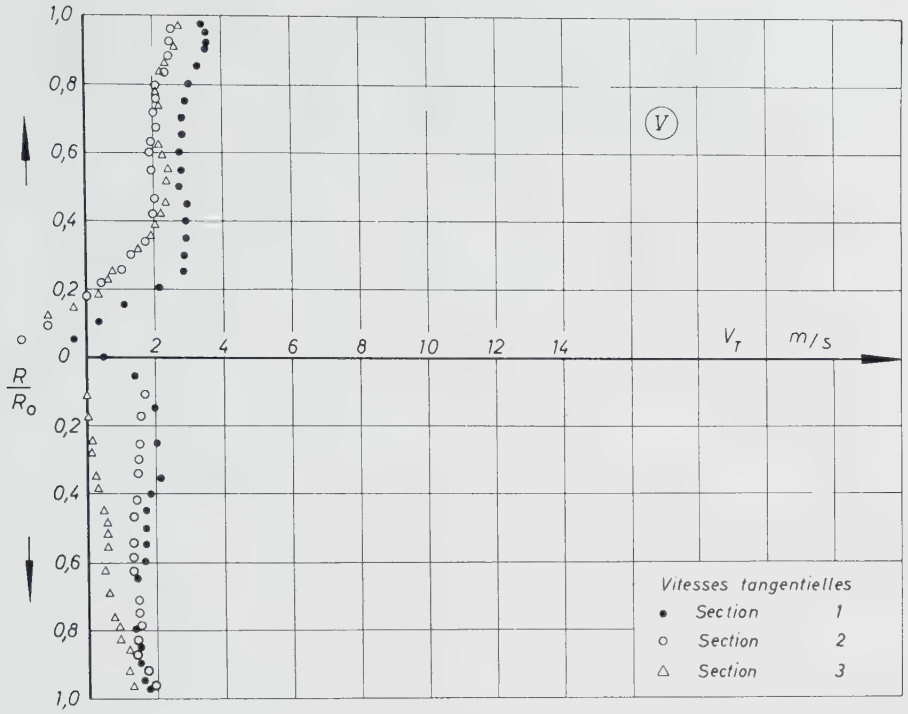


Fig. 93 c

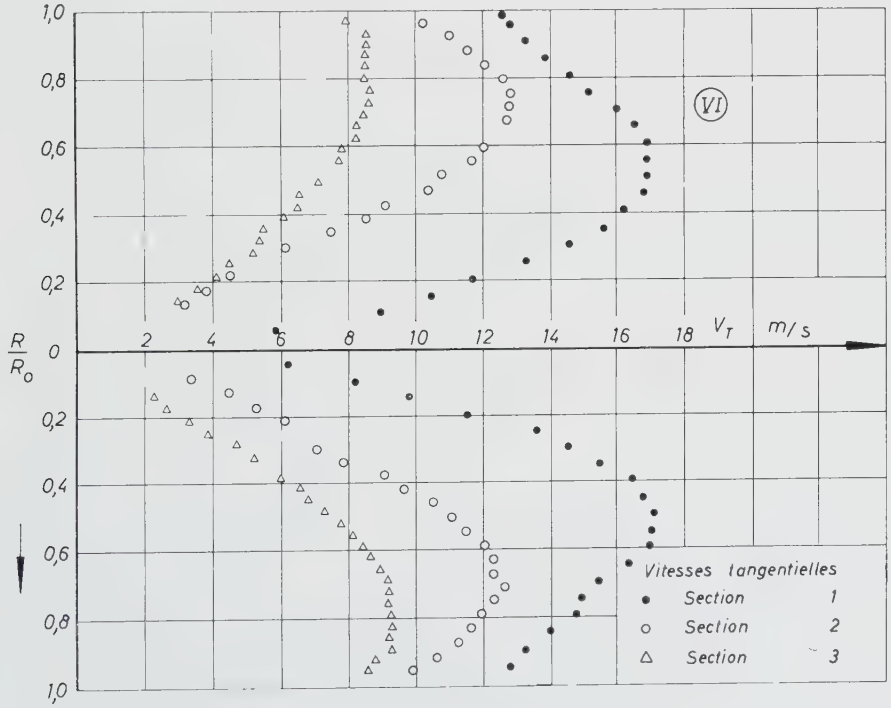


Fig. 93 d

et une deuxième zone qui entoure la première et pour laquelle la répartition des vitesses rotationnelles est voisine de celle de vortex libre (écoulement à potentiel). Les séries I, II, IV, VI, VII et VIII donnent des répartitions de ce type. Quand la rotation est relativement faible on constate une diminution continuelle de la vitesse rotationnelle vers l'axe, ce qui revient à dire que la répartition des vitesses tend à s'approcher de

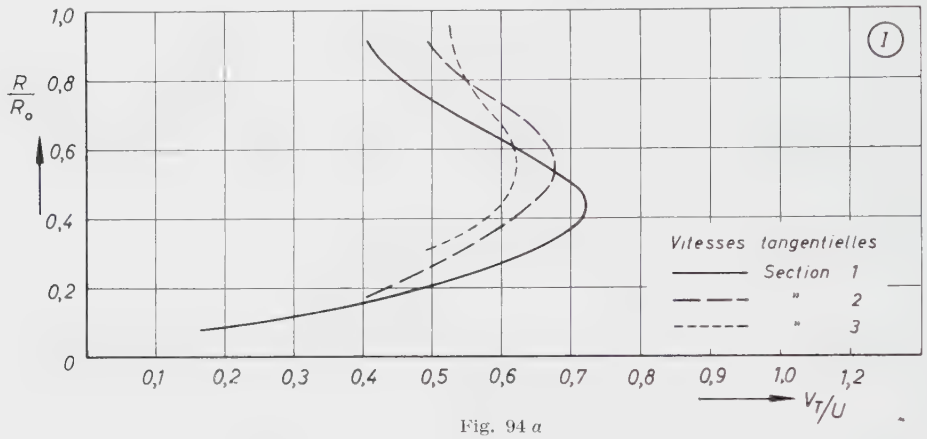


Fig. 94 *a*

celle de la rotation en bloc. Entre deux cas extrêmes, il existe des répartitions du type intermédiaire, soit très proche d'une répartition uniforme sauf dans la zone centrale. Parmi nos expériences ce ne sont que les séries V et III qui ont des rotations relativement faibles;

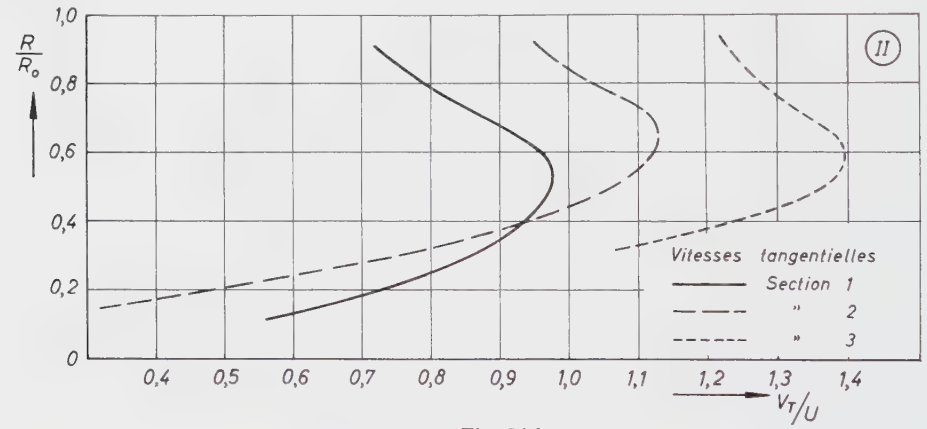


Fig. 94 *b*

2° en ce qui concerne l'évolution de la courbe de répartition des vitesses tangentielles trois propriétés sont à signaler :

a) le rayon relatif et absolu correspondant à la ligne de séparation de deux zones, augmente le long du divergent. En d'autres termes, la zone centrale qui représente la rotation en bloc occupe un espace de plus en plus grand, même en valeur relative, lorsqu'on s'éloigne de l'entrée. Cette tendance est très nette dans les séries II, III, IV, VI;

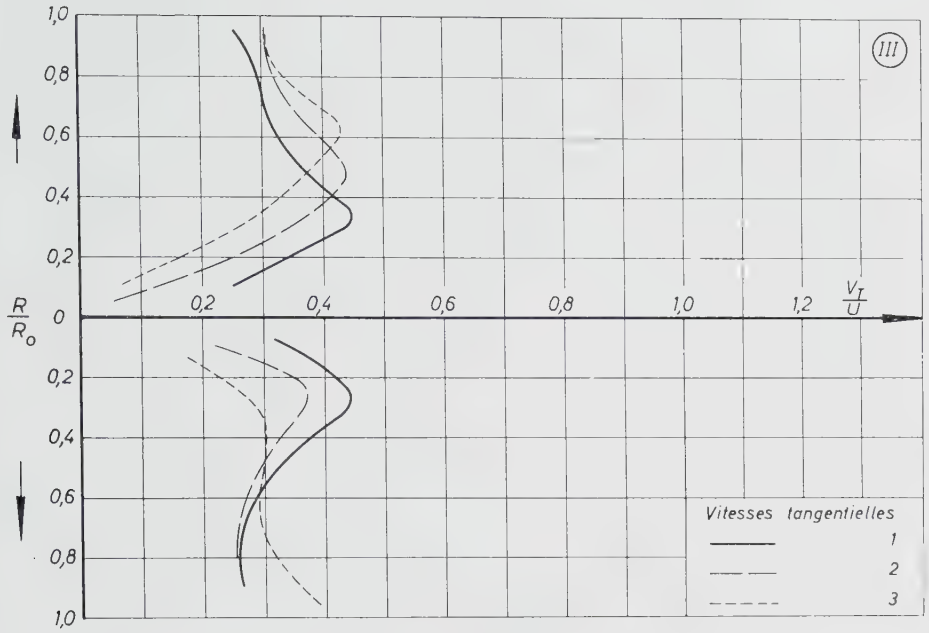


Fig. 94 *c*

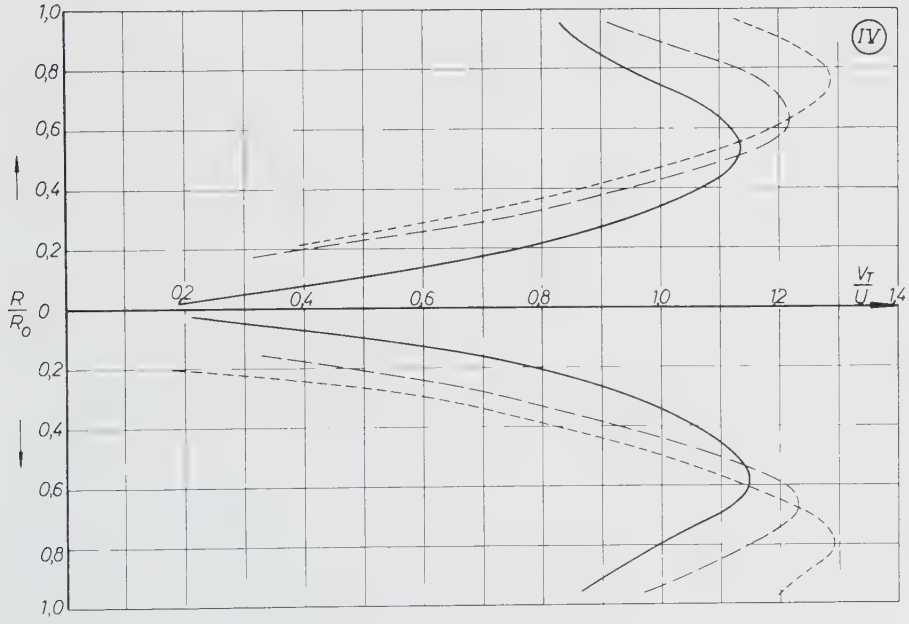


Fig. 94 *d*

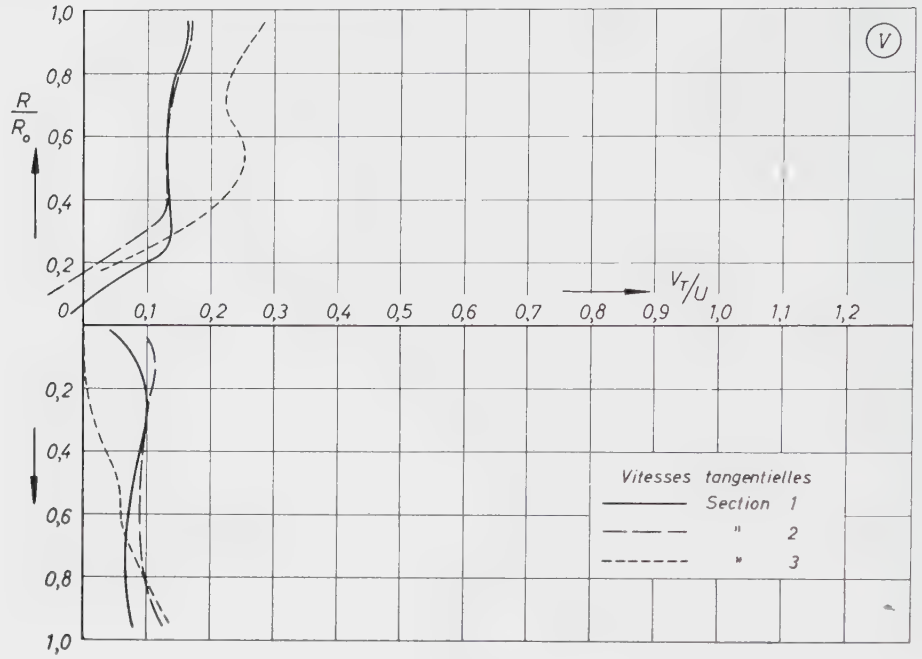


Fig. 94 *e*

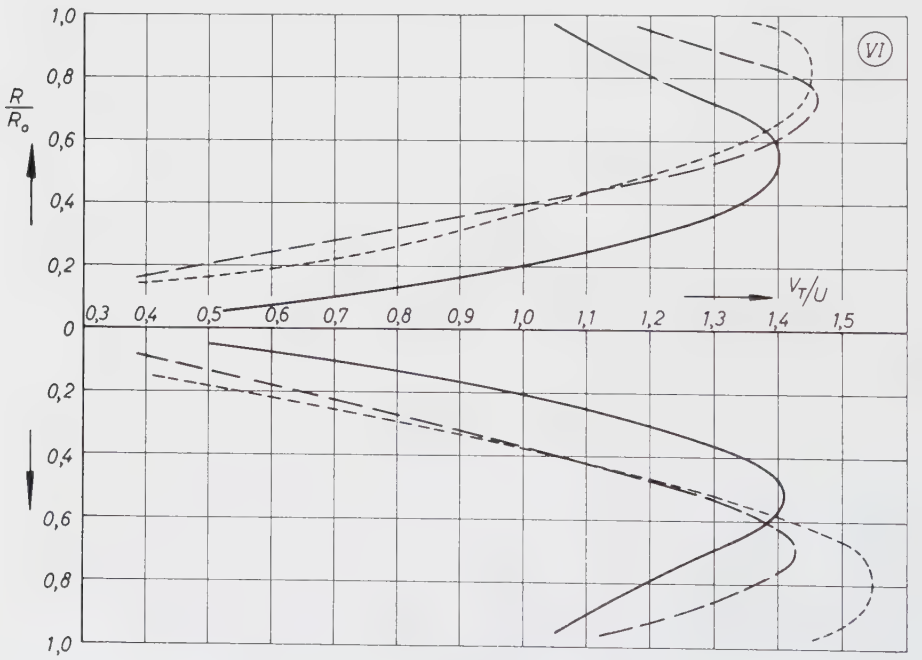


Fig. 94 *f*

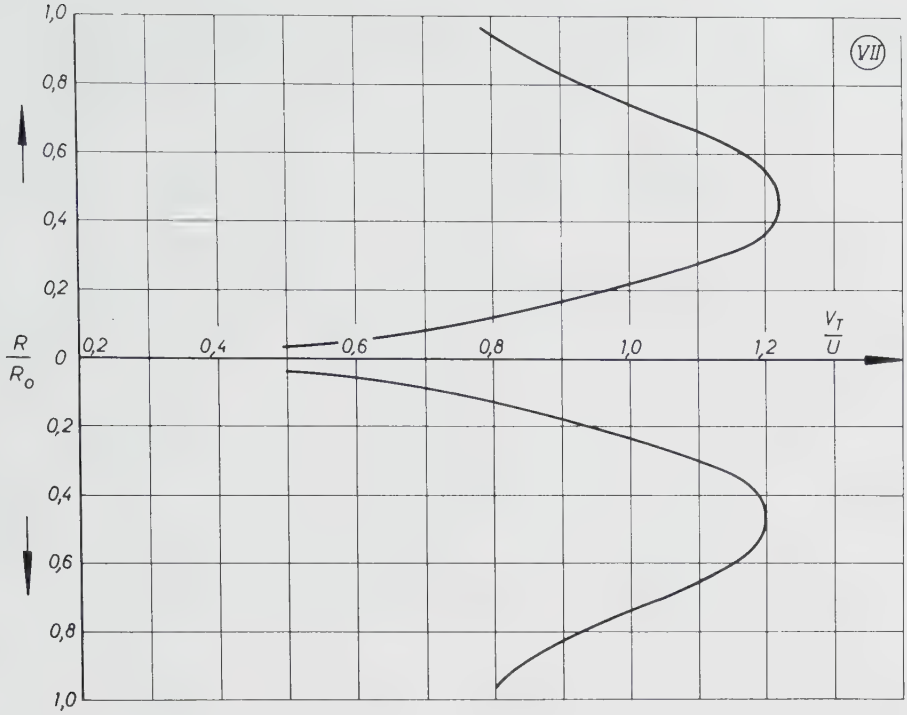


Fig. 94 *g*

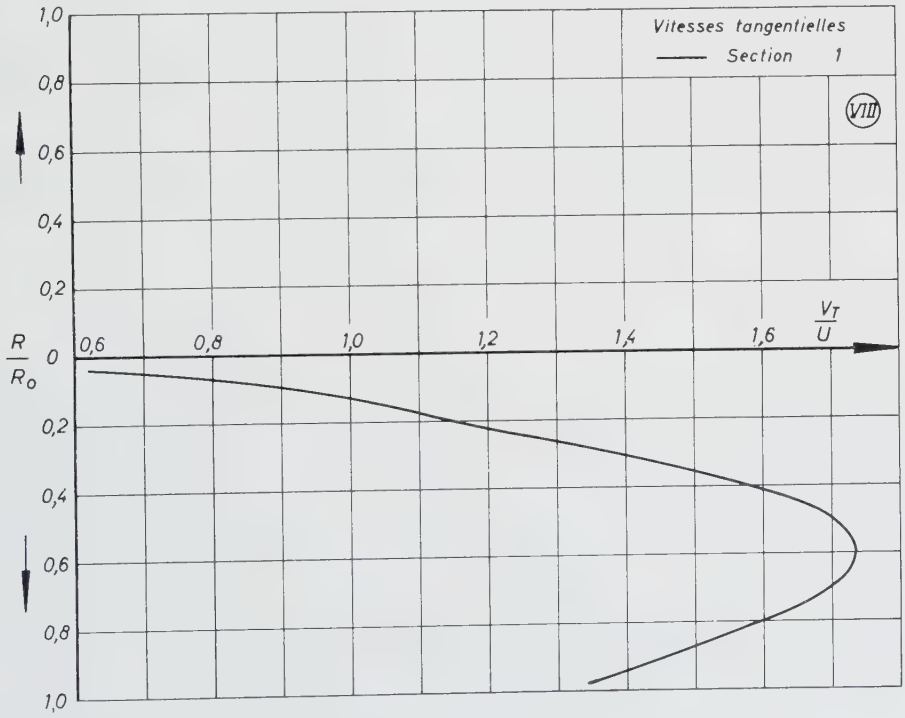


Fig. 94 *h*

b) les vitesses absolues subissent une diminution légère dans le sens de l'écoulement. Autrement dit, il s'agit d'une récupération, quoique petite, des vitesses tangentielles. D'autre part, l'examen des diagrammes des vitesses relatives montre que la diminution en valeur relative n'a lieu qu'au centre et, au contraire, près de la paroi, on observe une augmentation au fur et à mesure que l'on s'éloigne de l'entrée. Cette dernière propriété est valable quelle que soit la rotation;

c) la forme générale de la courbe de répartition, à l'exception de deux caractères que nous venons de citer, ne varie pas appréciablement dans le diffuseur, au moins sur une longueur du divergent que nous avons considérée (quatre diamètres);

d) ici encore on constate que la dispersion des points expérimentaux est toujours moins grande dans les cas où les rotations sont fortes;

e) il faut aussi remarquer que la courbe de répartition sur un diamètre devient moins dissymétrique quand la rotation est élevée. Par exemple, dans les limites des précisions de mesures réalisées, on peut admettre que les courbes de la série IV présentent une parfaite symétrie.

D. — Répartition des pressions.

On sait que pour un écoulement permanent en moyenne, dont les filets liquides sont parallèles à l'axe de la canalisation, la répartition des pressions statiques, dans une section transversale, est rigoureusement uniforme lorsque la turbulence est homogène et isotrope. Dans le cas des canalisations cylindriques longues, bien que les conditions de l'homogénéité et de *l'isotropie* ne soient pas satisfaites, leurs influences sont négligeables et dans la pratique on obtient toujours une répartition uniforme. Ceci est encore le cas pour les divergents de petite ouverture.

Quand il s'agit d'un écoulement giratoire, il faut considérer l'équation (56). Si les vitesses radiales et l'effet de l'anisotropie peuvent être négligés, cette équation se réduit à la forme :

$$\frac{V_T^2}{r} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial r}. \tag{124}$$

Pour une canalisation cylindrique et rectiligne la dernière relation est sensiblement valable, parce que l'amortissement des vitesses tangentielles a lieu lentement et que, par suite, les vitesses radiales n'interviennent pas. Dans un diffuseur, l'examen des répartitions des vitesses tangentielles dont nous venons de faire l'exposé fait penser que les vitesses radiales ont un rôle important sur le gradient de pression. C'est en partant de cette idée que nous avons voulu comparer la répartition des pressions mesurées avec celle des pressions calculées d'après l'équation (124).

Sur les figures 95 *a* et 95 *b* sont tracées (traits pleins) les courbes de répartition des pressions concernant les séries VI et V.

D'autre part, sur les mêmes graphiques, les pressions statiques calculées à partir de la relation (124) sont indiquées en traits ponctués. Il fallait évidemment choisir une

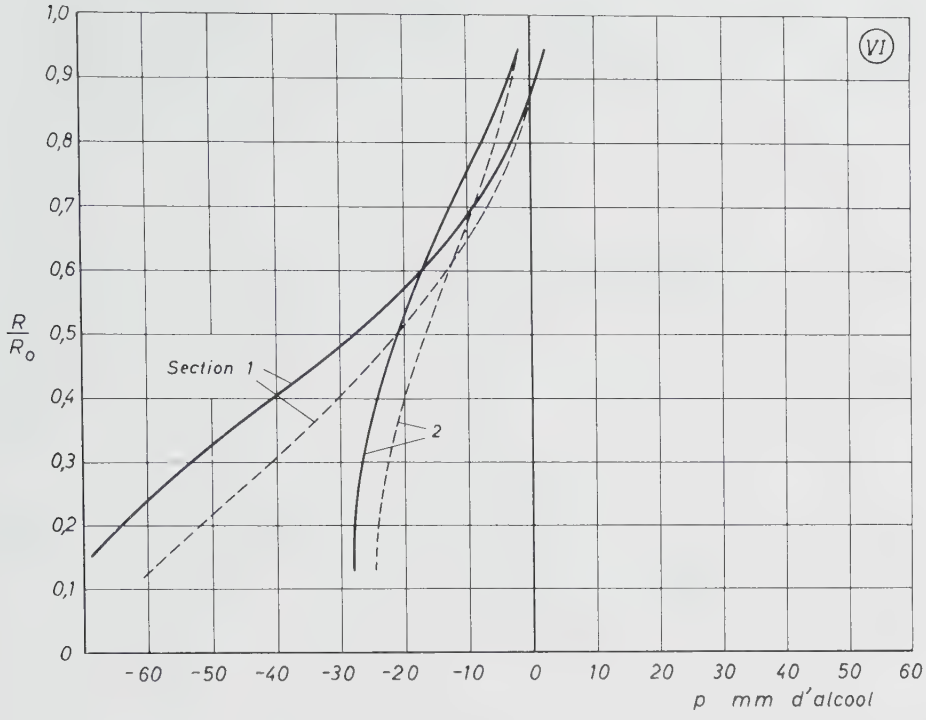


Fig. 95 *a*

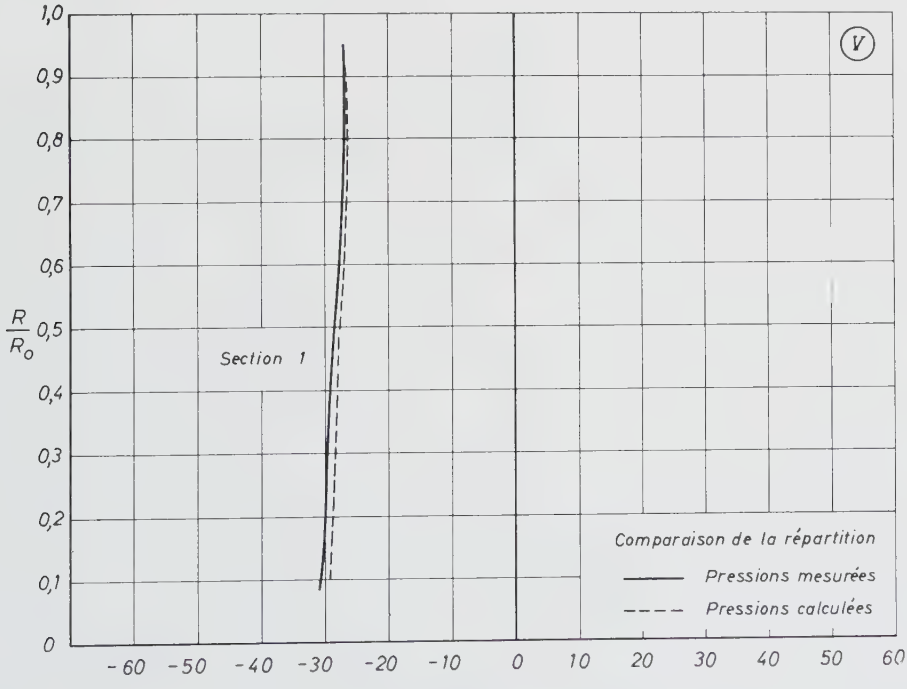


Fig. 95 *b*

pression en un point arbitraire comme condition aux limites. C'est ainsi qu'on a choisi la pression en un point 0,05 R_0 loin de la paroi.

On voit que les courbes obtenues par mesures directes présentent un gradient de pression plus fort que celles calculées à partir de l'équation d'équilibre.

On a donc :

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} > \frac{V_T^2}{r},$$

autrement dit, qu'il faut tenir compte d'autres termes de l'équation (56). Supposons que les termes dus aux fluctuations soient encore négligeables, dans ce cas l'inégalité ci-dessus se traduirait par un écoulement secondaire, radial vers l'intérieur; ce qui est en contradiction avec l'évolution de la répartition des vitesses axiales selon laquelle on dirait plutôt qu'il existe un écoulement vers l'extérieur, au moins dans une bonne portion de la section. Ce raisonnement nous conduit à admettre que l'influence de *l'anisotropie* doit jouer un rôle non négligeable dans ce type d'écoulement.

Si l'on était sûr de la validité de l'équation (124) on pourrait calculer les vitesses et les pressions en partant directement des mesures des pressions totales et des inclinaisons. Éliminons la vitesse entre ces deux équations :

$$p_t = p + \rho\frac{V^2}{2}, \qquad \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{V_t^2}{r},$$

on obtient ainsi une équation différentielle linéaire de la forme :

$$\frac{\partial p}{\partial r} + p\left(\frac{2\,.\,\sin^2\varphi}{r}\right) = \frac{2\,p_t\sin^2\varphi}{r},$$

qui peut être résolue graphiquement puisque nous connaissons la répartition des pressions totales et des inclinaisons. Ce procédé qui devient douteux dans le cas de l'écoulement giratoire de forte rotation, a été utilisé d'une manière plus simple par Wattendorf et Peters, dans leurs expériences.

Notons toutefois que les écarts constatés sur les courbes des répartitions des pressions de la *figure* 95 ne sont pas très grands, particulièrement dans la série V où la rotation était très faible.

Aussi avons-nous présenté sur la *figure* 96 les répartitions complètes des pressions pour deux séries d'essais, l'une ayant des rotations faibles, l'autre fortes. Ici encore on pourrait remarquer la symétrie parfaite des courbes concernant la série VI.

Quant à la variation de la pression le long du divergent, ces diagrammes montrent que la pression à la paroi dans la série VI ne varie pratiquement pas, tandis que la pression au centre subit une grande variation. En d'autres termes, la récupération des pressions ne se fait sentir qu'au centre. Il n'en est pas de même pour la série V, où l'écoulement était presque axial. Pour mieux se rendre compte de cet effet, on a porté sur la *figure* 97 les pressions à la paroi et sur l'axe du divergent en fonction de la distance comptée à partir de la section d'entrée. On y voit la même tendance pour tous les écoulements ayant de grandes composantes tangentielles : la pression au centre augmente très vite le long du divergent, au contraire, à la paroi, elle varie beaucoup plus lentement.

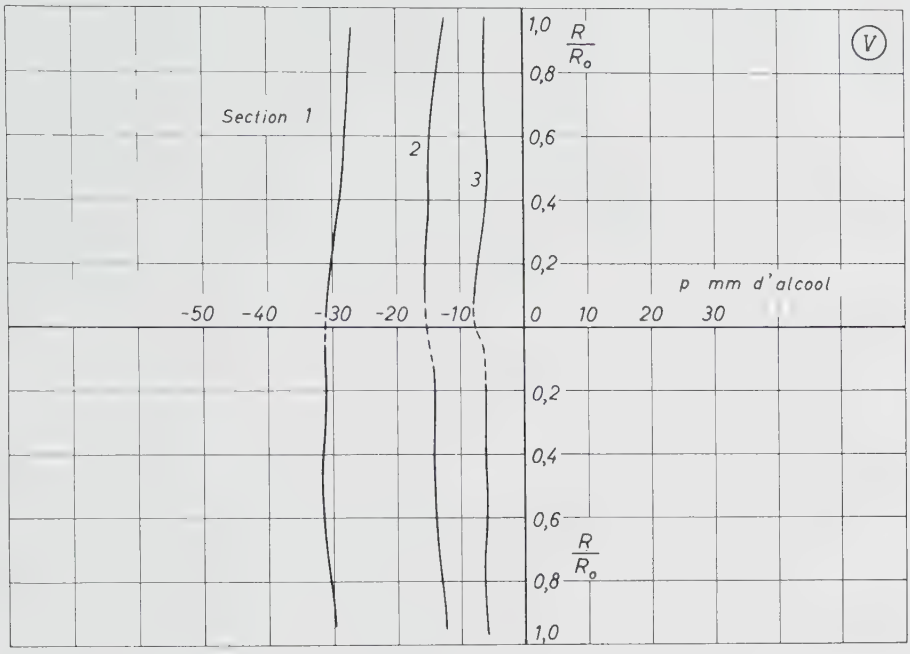


Fig. 96 *a*

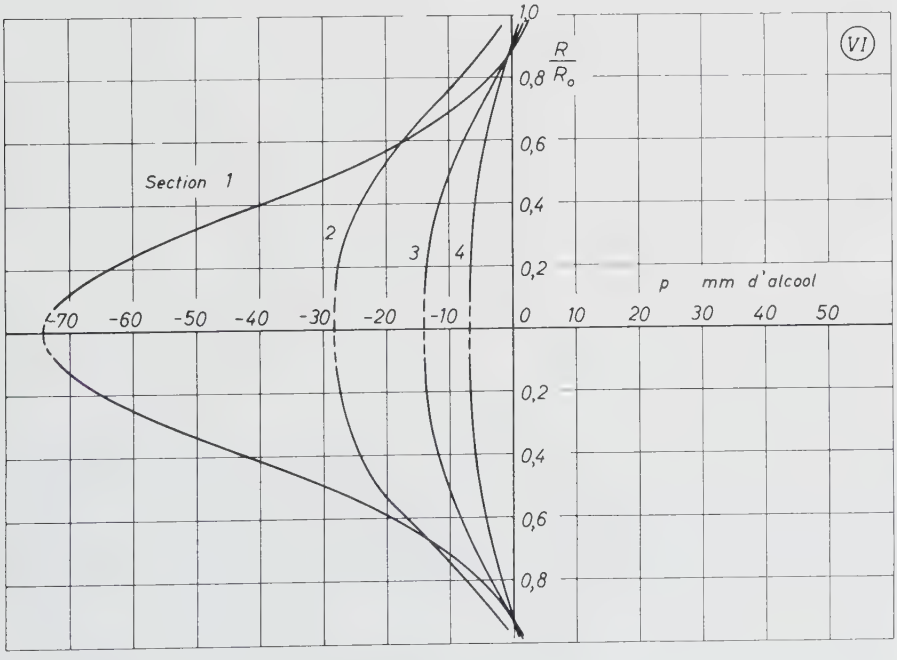


Fig. 96 *b*

Répartitions des pressions statiques

Cela peut paraître plus étonnant si l'on tient compte du fait que l'inclinaison de la vitesse à la paroi augmente dans le sens de l'écoulement.

En réalité, cette augmentation n'a lieu que dans une région voisine de la paroi; dans la partie centrale du divergent les vitesses tangentielles relatives diminuent, entraînant ainsi un gradient de pression plus faible vers la sortie. On peut aussi arriver à cette conclusion d'une manière très évidente. Car, quelle que soit la rotation dans le divergent, à la sortie il n'y aura pas de vitesses rotationnelle, autrement dit les lignes de courant n'auront pas de courbure. Par conséquent, le gradient de pression radial sera nul. Tandis qu'à l'intérieur du divergent ce gradient est très fort à cause de la rotation.

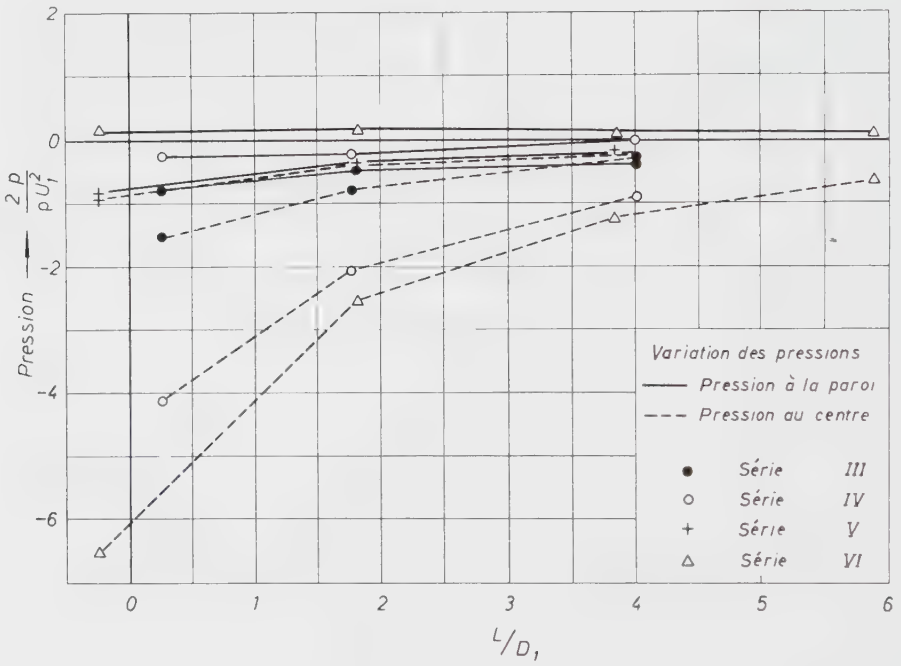


Fig. 97

E. — Différents coefficients.

Dans tout ce qui précède nous avons qualitativement mis en évidence les conditions d'entrée en donnant les répartitions des vitesses tangentielles et axiales. Il serait certes préférable, pour une étude de l'influence des conditions d'entrée sur le rendement du diffuseur, de pouvoir *exprimer numériquement* ces conditions par des coefficients caractéristiques et sans dimensions, coefficients qui pourraient jouer un rôle important sur l'écoulement et la transformation d'énergie.

Le premier coefficient à considérer est celui d'énergie cinétique, puis le coefficient de quantité de mouvement et, enfin, ceux qui caractérisent la couche limite. Tous ces facteurs sont bien définis en écoulement axial, mais quand il s'agit d'un écoulement giratoire il faut reviser les définitions.

1° *Le coefficient d'énergie cinétique.*

V étant la vitesse absolue en un point quelconque de la section et U étant la vitesse moyenne axiale, la définition suivante est valable à la fois pour un écoulement giratoire et axial :

$$\alpha = \frac{\iint \rho \frac{V^2}{2} dq}{\rho \frac{U^2}{2} \cdot Q},$$

soit pour une section circulaire :

$$\alpha = \int_0^1 \left(\frac{V}{U}\right)^3 \cos\varphi \, d\left(\frac{R}{R_0}\right)^2. \tag{125}$$

Ce coefficient exprime l'irrégularité du profil de vitesses, au point de vue énergétique et permet de calculer facilement le terme de débit d'énergie cinétique dans l'équation de Bernoulli généralisée.

En écoulement giratoire, utilisant les composantes axiales et tangentielles, on peut, en plus, définir deux nouveaux coefficients de même type.

Le coefficient d'énergie cinétique, dû aux vitesses axiales, a pour définition :

$$\alpha_x = \frac{\iint \rho \frac{V_x^2}{2} \cdot dq}{\rho \frac{U^2}{2} \cdot Q} = \frac{P_{dx}}{p_d} = \int_0^1 \left(\frac{V_x}{U}\right)^3 d\left(\frac{R}{R_0}\right)^2. \tag{126}$$

Le coefficient d'énergie cinétique, dû aux vitesses tangentielles, est défini :

$$\alpha_T = \frac{P_{dT}}{p_d} = \frac{\iint \rho \frac{V_T^2}{2} dq}{\rho \frac{U^2}{2} \cdot Q} = \int_0^1 \left(\frac{V_T^2}{U^2}\right) \cdot \frac{V_x}{U} \cdot d\left(\frac{R}{R_0}\right)^2, \tag{127}$$

$$= \int_0^1 \left(\frac{V}{U}\right)^3 \sin^2\varphi \cdot \cos\varphi \, d\left(\frac{R}{R_0}\right)^2.$$

La relation entre ces trois coefficients est évidente :

$$\alpha = \alpha_x + \alpha_T.$$

2° *Le coefficient de quantité de mouvement.*

C'est le rapport du débit de quantité de mouvement (1) actuel au débit de quantité de mouvement obtenu avec la même vitesse moyenne et une répartition uniforme. Donc il a pour expression :

$$\beta = \frac{\iint \rho V_x \, dq}{\rho U \cdot Q} = \frac{\iint V_x^2 \cdot d\sigma}{U \cdot Q}, \tag{128}$$

(1) Il s'agit de la projection sur l'axe.

soit pour une section circulaire :

$$\beta = \int_0^1 \left(\frac{V_x}{U}\right)^2 . d\left(\frac{R}{R_0}\right)^2.$$

Ce coefficient exprime l'irrégularité du profil au point de vue de quantités de mouvement et permet d'écrire l'équation de quantité de mouvement en partant du débit.

Cherchons la relation entre α_x et β, en posant :

$$\frac{V_x}{U} = 1 + \varepsilon, \qquad \left(\frac{R}{R}\right)^2 = \sigma^1, \tag{129}$$

α_x peut s'écrire :

$$\alpha_x = \int_0^1 (1 + \varepsilon)^3 \, d\,\sigma^1 = 1 + 3\int_0^1 \varepsilon^2 \, d\,\sigma^1 + \int_0^1 \varepsilon^3 \, d\,\sigma^1. \tag{130}$$

De même, pour le coefficient β, on a :

$$\beta = \int (1 + \varepsilon)^2 \, d\,\sigma^1 = 1 + \int_0^1 \varepsilon^2 \, d\,\sigma^1. \tag{131}$$

De ces deux égalités nous tirons :

$$\alpha_x = 3\,\beta - 2 + \int_0^1 \varepsilon^3 \, d\,\sigma^1. \tag{132}$$

En écoulement turbulent et axial dans une canalisation longue α est de l'ordre de 1,06 donc dans l'expression (130) le terme contenant les troisièmes puissances de ε est négligeable par rapport à celui contenant les deuxièmes puissances. Donc, pour les profils des vitesses qui ne sont pas éloignés du profil établi, on aura simplement :

$$\alpha = 3\,\beta - 2. \tag{133}$$

Notons tout de suite qu'en écoulement giratoire de forte rotation α_x peut avoir des valeurs allant jusqu'à 1,5 et on ne peut plus négliger le terme en question.

3° *Détermination de* α *et* β.

Il existe une méthode élégante, présentée par M. Fortier, pour déterminer α_x et β d'après une répartition des vitesses données. La méthode en principe consiste à utiliser les expressions (130) et (131). L'avantage de cette méthode réside dans le fait que l'erreur qui pourrait être commise n'aura d'effet que sur les termes qui sont déjà une petite fraction de la valeur entière de α_x. Par exemple, si α_x est de l'ordre de 1,05 et que l'on fait une erreur de 2 % en calculant le deuxième terme de l'équation (130), l'erreur absolue sur la valeur de α_x n'est que $0{,}05 \times 0{,}02 = 0{,}001$.

En outre, dans la majorité des cas, on n'a pas moyen de faire des mesures de vitesses à proximité immédiate de la paroi. Si le dernier point de mesure se trouve dans

la région de répartition logarithmique on peut calculer les termes de l'équation (130) pour cette zone en se servant de la loi logarithmique universelle. L'expression (102) peut se mettre sous la forme :

$$\varepsilon = A \, Lg_e \, B \, \frac{y}{R_0},$$

où $A = 2{,}45 \, \frac{u_*}{U}$ et B une autre constante qui ne dépend pas de y.

D'autre part, désignons par R_1 le rayon de la partie centrale dont on connait la répartition des vitesses par expérience. L'intégrale à calculer est :

$$= \int_{\frac{R_1}{R_0}}^{1} \varepsilon^2 \, d\left(\frac{R}{R_0}\right)^2 = \int_0^{\frac{y_1}{R_0}} \varepsilon^2 \cdot 2\left(1 - \frac{y}{R_0}\right) \frac{dy}{R_0},$$

en remplaçant ε par sa valeur et effectuant les opérations nécessaires on aboutit à l'expression :

$$(134) \quad \int_{\frac{R_1}{R_0}}^{1} \varepsilon^2 \, d\left(\frac{R}{R_0}\right)^2 = 2\left(\frac{y_1}{R_0}\right)[\varepsilon_1^2 - 2 A \varepsilon_1 + 2 A^2] - \left(\frac{y_1}{R_0}\right)^2 \left[\varepsilon_1^2 - A \varepsilon_1 + \frac{A^2}{2}\right].$$

Si l'on peut se rapprocher suffisamment de la paroi, le deuxième terme peut être négligé.

4° *Les valeurs calculées d'après les courbes de répartition des vitesses.*

Pour déterminer les coefficients qu'on vient de mentionner nous avons procédé différemment suivant le cas. Quand la rotation était faible le coefficient α_x n'est pas loin de l'unité, dans cette condition il y avait intérêt à utiliser la méthode citée au paragraphe précédent. Au contraire, pour les rotations fortes la répartition des vitesses devenait si loin d'être uniforme que l'on perdait tout avantage de la méthode, d'abord par suite de la valeur très élevée de α_x, puis parce que l'intégrale contenant la troisième puissance de ε n'était plus négligeable.

De plus, dans cette condition, le calcul concernant la partie voisine de la paroi, ne peut être considéré comme strictement correct. C'est pour cette raison que nous avons adopté, dans les cas de rotation élevée, la méthode directe qui consiste à déterminer la pression dynamique moyenne par planimétrage à partir de la courbe expérimentale de répartition des pressions dynamiques. Quant au cas où l'écoulement ne contenait qu'une très faible composante rotationnelle le calcul de α_x a été effectué par la méthode précitée.

Les valeurs, ainsi déterminées, des coefficients concernant les sections d'entrée des différentes séries d'essais sont consignées dans le tableau VIII. Afin de compléter les conditions d'entrée nous y avons ajouté le nombre de *Reynolds*, l'inclinaison à la paroi, etc.

Tableau VIII

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
Q ..... m³/s	2,42	2,01	2,62	1,85	2,67	1,51	1,81	1,07
U_1 ..... m/s	18,5	15,25	19,85	13,9	21,20	12,1	14,83	8,77
$\overline{p_d} = \rho \frac{U^2}{2}$ .... kg/m²	21,9	14,8	24,2	12,20	27,2	9,11	13,1	5,78
P_d ..... kg/m²	31,3	28,6	27,5	31,4	28,3	26	30	18,8
P_{xd} ..... kg/m²	24,74	17,9	25,2	19,7	27,96	12,35	16,80	7,8
P_{dT} ..... kg/m²	6,56	10,7	2,30	11,7	0,34	13,65	13,20	11,0
α	1,43	1,93	1,14	2,57	1,042	2,85	2,29	3,26
α_x	1 10	1,70	1,042	1,61	1,030	1,35	1,28	1,35
α_T	0 30	0,60	0,095	0,96	0,012	1,50	1,01	1,91
$R_e \times 10^{-5}$	5	4,1	5,3	3,7	5,7	3,2	4,0	2,34
φ_0 ..... degré	20,5	30	17	34	9	40,5	34,5	44
$\frac{\alpha_T}{\alpha_x}$	0,268	0,568	0,084	0,60	0,012	1,11	0,79	1,42

5° *Évolution des coefficients d'énergie cinétique.*

Les graphiques des *figures* 98, 99 et 100 traduisent les variations des coefficients d'énergie α_x, α_T, α en fonction de distance relative comptée à partir de l'entrée du divergent. En examinant ces diagrammes on peut constater que les coefficients α et α_T subissent une augmentation continuelle vers l'aval. Tandis que la variation du coefficient α_x qui indique l'irrégularité de la répartition des vitesses axiales présente un caractère analogue à celui du coefficient en écoulement axial, croissant d'abord très rapidement entre les sections (1) et (2) et décroissant entre (2) et (3). Afin de faciliter la comparaison nous avons porté sur le diagramme de la *figure* 98 la variation de α en écoulement axial, d'après les résultats de M. Cottignies que nous avons reproduits au chapitre premier; résultats selon lesquels α croît d'abord rapidement lorsque $\frac{D}{D_1}$ augmente, puis atteint son maximum à peu près pour $\frac{D}{D_1} = 2$ ou 2,6 suivant que le divergent est précédé d'un tuyau ou d'une tuyère. Pour l'écoulement giratoire que nous avons étudié, le maximum

semble avoir lieu, dans le cas de rotation forte, dans une section située à 2 D de l'entrée soit $\frac{D}{D_1} = 1{,}25$, c'est-à-dire bien plus avant qu'en écoulement axial. Il s'en suit que dans ce type d'écoulement le profil se développe très rapidement. Malheureusement, nos installations, en raison des sections relativement grandes, ne permettent point de vérifier si on atteint ou non une valeur d'équilibre de α_x quand on s'éloigne de l'entrée.

Il ne serait pas sans intérêt de signaler la curieuse coïncidence qui existe sur les valeurs maximum de α_x en écoulement giratoire et α en écoulement axial. En effet, bien que la courbe de répartition soit complètement différente dans les deux cas, la valeur maximale est de l'ordre de 1,6 dans chacun.

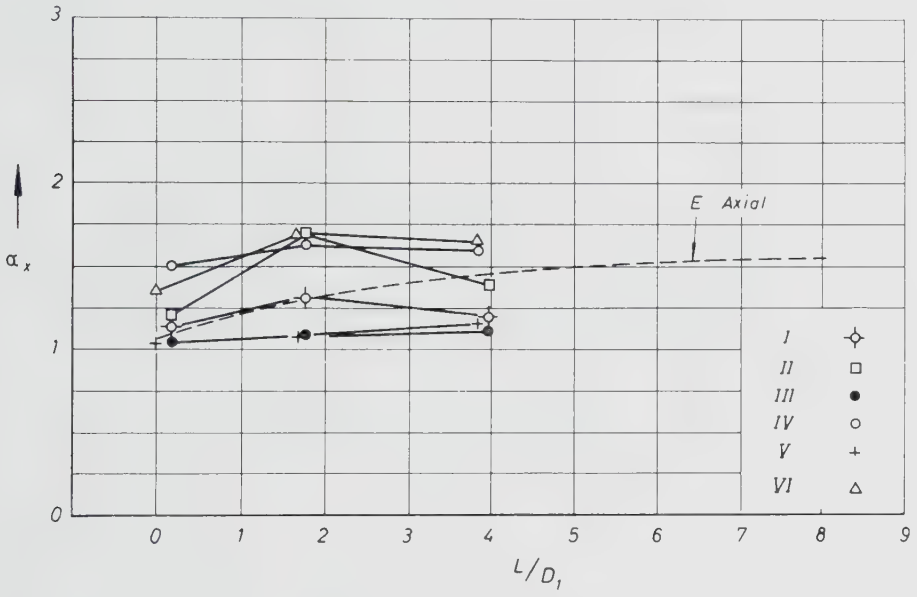


Fig. 98. — Variation du coefficient α_x

Une autre conclusion peut être déduite de l'examen des quotients $\frac{\alpha_T}{\alpha_x}$; ce coefficient exprime le rapport de l'énergie cinétique due aux vitesses tangentielles à l'énergie des vitesses axiales; il se trouve augmenter constamment dans le sens de l'écoulement; ce qui revient à dire que la récupération sur les vitesses axiales est toujours supérieure à celle des vitesses tangentielles.

6° *Rendement.*

Comme il a été indiqué au premier chapitre le rendement d'un divergent en écoulement axial dépend essentiellement de l'angle de divergence, du rapport de la section d'entrée à la section de sortie et enfin des conditions d'entrée : conditions qui caractérisent l'écoulement à l'entrée du divergent, soient : le nombre de Reynolds, l'épaisseur de la couche limite, l'épaisseur de quantité de mouvement, etc.

Dans nos expériences, l'angle de divergence n'est pas varié, le nombre de Reynolds est imposé par le débit du ventilateur pour chaque cas particulier (voir tabl. VIII).

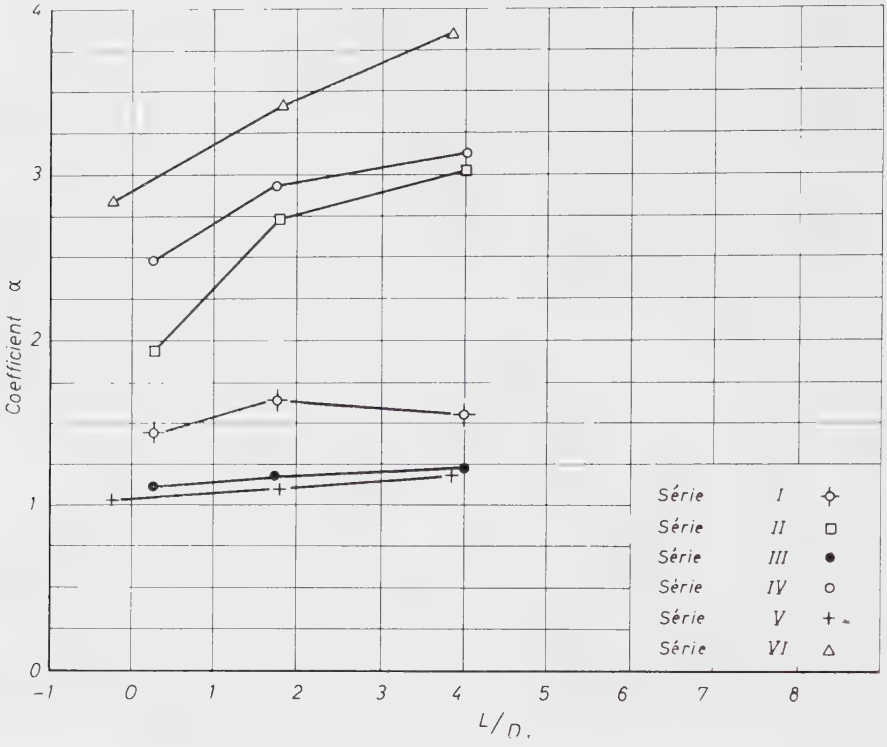


Fig. 99. — Variation du coefficient d'énergie cinétique

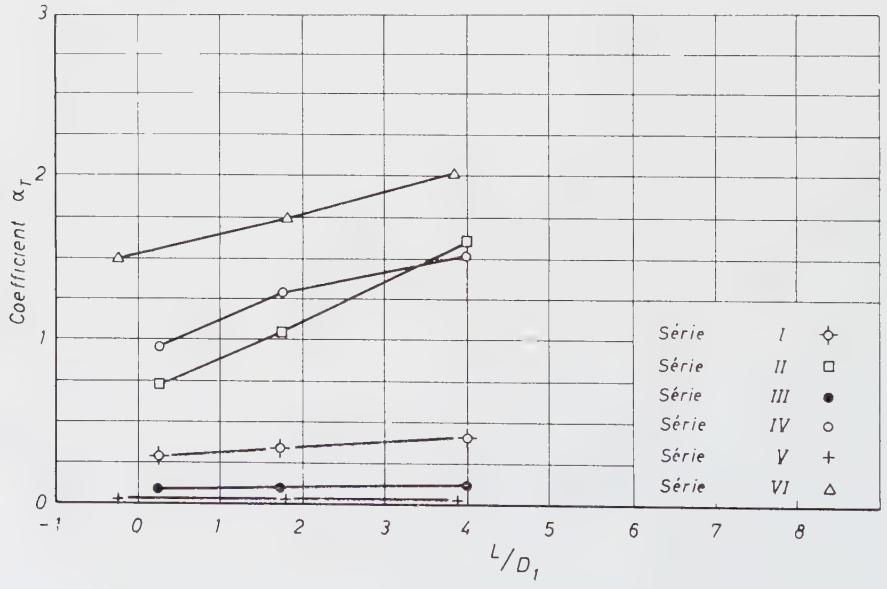


Fig. 100

Par ailleurs, nous admettons que la couche limite à l'entrée du divergent se trouve complètement développée et qu'elle prenne la forme d'équilibre compatible avec la répartition de l'écoulement giratoire. Cette hypothèse est justifiée par le développement extrêmement rapide de la couche limite sur les parois concaves (réf. [47] et [48]).

Nous nous occupons, ici, particulièrement de la variation du rendement due à la rotation et l'évolution du rendement le long du divergent. Nous avons dans ce but déterminé, généralement pour trois sections du diffuseur, P_d, P_{dx}, P_{dT}, P_s d'où nous obtenons le rendement et d'autres coefficients qui puissent nous être utiles afin de nous éclaircir sur le comportement d'un divergent en écoulement giratoire. Le tableau IX comprend les valeurs calculées.

La première remarque qui vient de l'examen du tableau est l'existence d'une corrélation entre le coefficient α et le rendement du diffuseur de longueur donnée.

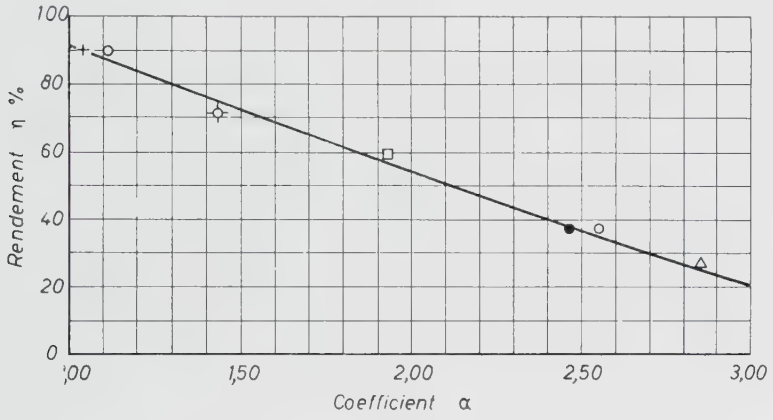


Fig. 101

Corrélation entre le coefficient d'énergie cinétique à l'entrée et le rendement $m = 2$

Nous avons traduit cette corrélation sur la *figure* 101 en portant en abscisse le coefficient α et en ordonnée le rendement d'un tronçon ayant un rapport des sections $m = 2$. On voit que le rendement diminue lorsque le coefficient d'énergie cinétique augmente. Par exemple, si α est supérieur à 2, le rendement tombe au-dessous de 40 %.

Évidemment, ces résultats traduisent particulièrement le comportement du diffuseur avec un type de rotation plus ou moins déterminé. Pour les inclinaisons importantes ce type n'est pas loin du vortex. On sait que d'après les expériences de Peters et de Kaufmann la rotation du type en bloc améliore considérablement le rendement. Tandis que dans nos expériences le rendement devient bien moindre surtout pour les très fortes rotations. Donc l'inclinaison à la paroi ne peut être un facteur déterminant sur le rendement du diffuseur.

Quant à α il varie aussi avec la rotation, mais sa valeur dépend dans une grande mesure du type de rotation en question, à savoir que pour les rotations du type vortex α atteint des valeurs très élevées; par exemple dans la série II nous trouvons $\alpha = 1{,}93$ pour $\varphi_0 = 30^\circ$, tandis qu'à la même inclinaison Peters à trouvé, avec la rotation en bloc, une valeur de l'ordre 1,20 (voir *fig.* 84).

Tableau IX

		P_d	P_{d_T}	P_s	α	α_x	α_T	φ_0
		kg/m²	kg/m²	kg/m²				
I	1	31,3	6,56	1,16	1,43	1,14	0,295	20,5
	2	19,1	3,93	9,55	1,63	1,32	0,308	22
	3	8.4	2,03	17,4	1,55	1,18	0,37	24
II	1	28,6	10,7	30,92	1,93	1,21	0,72	30
	2	20,95	8,1	34,2	2,73	1,68	1,05	32,5
	3	9,95	5,33	41,9	3,01	1,39	1,40	42
III	1	27	2,37	— 22,7	1,14	1,042	0,098	17
	2	15,2	1,37	— 12,9	1,175	1,075	0,10	19
	3	7,15	0,74	— 5,1	1,215	1,102	0,113	21
IV	1	31,4	11,7	— 12	2,57	1,61	0,96	33,5
	2	20,25	8,72	— 9,9	2,9	1,65	1,25	34,5
	3	9,8	4,8	— 3,84	3,12	1,58	1,54	36,5
V	1	28	0,34	— 24,1	1,042	1,03	0,012	9
	2	15	0,19	— 11,6	1,114	1,10	0,014	12,5
	3	7	0,18	— 5,1	1,27	1,23	0,04	22
VI	1	26	13,65	— 7,94	2,85	1,35	1,5	40
	2	16,5	8,35	— 7,16	3,42	1,69	1,73	38
	3	8,13	4,49	— 2,9	3,82	1,8	2,02	45
VII	1	30,0	13,2	— 13,7	2,29	1,28	1,01	34,5
VIII	1	18,8	11,0	— 4,8	3,26	1,35	1,91	44

M. Campmas avait déjà remarqué l'existence d'une certaine liaison entre le coefficient d'énergie cinétique à l'entrée et l'efficacité pour les aspirateurs des turbines hydrauliques (réf. [53]). Mais ses résultats ayant été obtenus sur des diffuseurs industriels qui ont une forme coudée, une comparaison directe ne paraît pas être possible. Pourtant signalons que l'allure générale du phénomène était analogue à celle que nous venons de décrire. C'est-à-dire, une augmentation de α provoquait toujours une diminution de la récupération.

Ayant obtenu pour la plupart de nos essais les vitesses, les pressions et les angles dans trois sections consécutives, nous avons cru utile d'avoir une idée sur l'évolution du rendement le long du divergent. Dans ce but nous avons calculé d'après les valeurs données sur le tableau IX, d'abord le rendement du tronçon compris entre les sections (1)

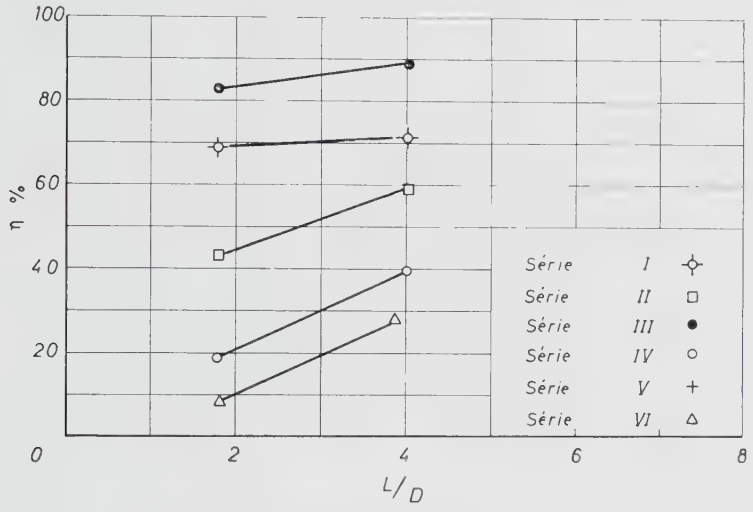


Fig. 102. — Amélioration du rendement le long du divergent

et (2) et puis celui du tronçon se trouvant entre (1) et (3). D'après le diagramme de la *figure* 102 qui indique ces résultats, le rendement du premier tronçon est toujours inférieur à celui du deuxième. En d'autres termes, le rendement du diffuseur se trouve augmenté vers l'aval, entraînant ainsi une transformation plus efficace.

Il est d'autre part à noter que cette amélioration du rendement est d'autant plus prononcée que la rotation est plus forte.

Ce dernier phénomène, à notre avis, ne peut être directement attribué à la perte de charge provoquée par le passage brusque de la canalisation cylindrique au divergent, puisque comme l'indique la *figure* 87 dans les séries I, II, III, IV, la première section se trouvait déjà à l'intérieur du divergent et que cela n'a eu aucune influence sensible à cet égard.

7° *Efficacité.*

On sait que pour les diffuseurs débouchant dans un milieu infiniment large c'est plutôt l'efficacité qui joue le rôle essentiel sur la détermination des dimensions. Or, l'efficacité, comme on avait déjà fait mention, est le produit du rendement et du

facteur de diffusion, facteur qui varie avec le rapport des sections m et le rapport des coefficients d'énergie cinétique $\frac{\alpha_2}{\alpha_1}$. Étant donné que α croît constamment le long du divergent, il a pour effet de diminuer le facteur de diffusion et par suite l'efficacité. D'autre part, l'influence de m est apparente, c'est la raison pour laquelle dans le cas

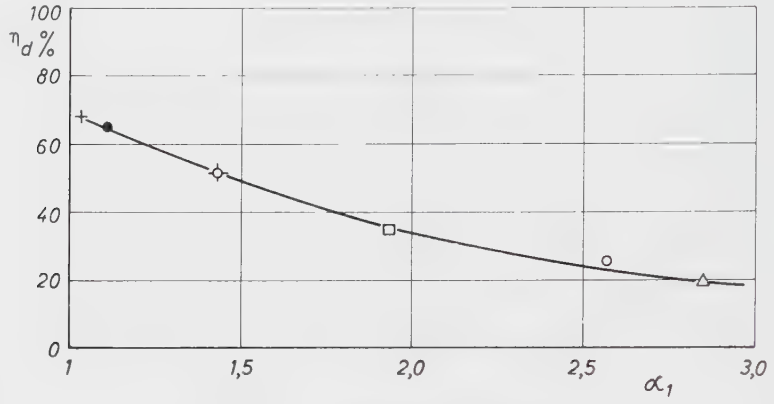


Fig. 103. — Efficacité du divergent $m = 2$

des aspirateurs de turbine hydraulique on cherche à augmenter m, même au prix de réduire appréciablement le rendement, pour qu'on puisse obtenir une efficacité maximale.

En écoulement giratoire l'influence de α sur l'efficacité se fait sentir plus fortement puisque sa variation est plus rapide.

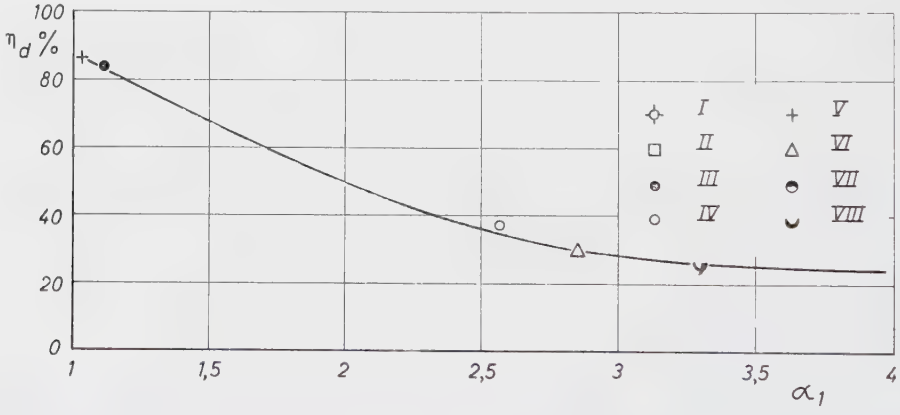


Fig. 104. — $m = 6{,}6$

Nous avons porté nos résultats concernant les efficacités du divergent sur les *figures* 103 et 104.

La *figure* 103 montre l'efficacité d'un tronçon de divergent de rapport de sections $m = 2$, en fonction de α_1 à l'entrée. On voit que η_d diminue avec α_1 d'abord rapidement, puis plus lentement. Ceci provient du fait que le rapport $\frac{\alpha_2}{\alpha_1}$ subit une diminution pour les valeurs très élevées de α_1.

Sur la *figure* 104 on a présenté, d'une façon analogue, les valeurs de η_d du divergent entier, pour les séries de III à VIII. Le rapport des sections étant dans ce cas égal à 6,6, on se rapprochait du diffuseur infiniment long.

8° *La récupération des vitesses rotationnelles.*

La plupart du temps les vitesses tangentielles sont considérées comme irrécupérables. Dans le cas des canalisations cylindriques cette hypothèse est justifiée par la perte de charge excessive causée par l'écoulement hélicoïdal. On pourrait se demander si, dans le cas des divergents, l'énergie correspondant à la diminution des composantes tangentielles se perd entièrement, ou, encore, quel est le rôle de ces composantes sur la diffusion en comparaison de celui des vitesses axiales.

Afin de pouvoir fixer les idées sur cette question nous avons utilisé d'abord le facteur ψ qui indique le rapport des différences d'énergie cinétique rotationnelle et axiale. Pour les inclinaisons faibles, il est évident que ce rapport est très petit et ne donne pas une indication. Dans les séries IV et VI pour lesquelles les inclinaisons à la paroi étaient respectivement 34° et 40°, on a trouvé des valeurs élevées soient :

— pour la série IV : $\psi = 0{,}47$;

— pour la série VI : $\psi = 1{,}05$.

Donc on peut dire que pour une rotation de l'ordre de 40° la diminution de l'énergie rotationnelle est à peu près la même que celle de l'énergie axiale. Mais cette indication n'est pas concluante étant donné que le rendement du divergent dans ce dernier cas se trouve considérablement réduit.

Supposons qu'on ignore l'existence de la composante tangentielle et calculons le rendement en considérant seulement les vitesses axiales par la formule (123) (le rendement comparatif) :

$$\eta_x = \frac{P_{s_2} - P_{s_1}}{P_{dx_1} - P_{dx_2}},$$

on trouve ainsi les valeurs données dans le tableau X ci-après.

Tableau X

	I	II	III	IV	V	VI
η_x	0.88	0,83	0,96	0,55	0,91	0,58
α	1,43	1,96	1,14	2,57	1,04	2,85

Si nous possédions des résultats sur le rendement en écoulement axial, correspondant aux valeurs du coefficient d'énergie cinétique indiquées dans le tableau X, nous serions en mesure de nous prononcer sur le rôle exact de la rotation à ce point de vue. Malheureusement il n'existe pas d'expériences sur un divergent de 7°, avec des α très élevés.

Toutefois, on peut conclure d'une façon générale que les rendements ainsi calculés, excepté ceux correspondant à des rotations faibles, ne sont pas loin des rendements qu'on s'attend en écoulement axial. Donc, malgré la forte réduction des vitesses rotationnelles dans la série VI, on peut admettre que la récupération n'est pas augmentée.

3,3 **Conclusions.**

On peut résumer les conclusions qui se dégagent de nos résultats ainsi que les comparaisons avec les travaux antérieurs comme suit.

1. — L'inclinaison de la vitesse à la paroi montre une légère augmentation continuelle le long du divergent. Tandis qu'au voisinage du centre on constate, en général, une diminution d'inclinaison.

2. — La courbe de la répartition des vitesses axiales sur un diamètre, présente un creux au centre, ce dernier augmentant avec la rotation. Pour un écoulement giratoire de rotation forte du type vortex, il se forme un noyau central dans lequel à lieu la plupart du temps un courant de retour très net. Le diamètre de ce noyau croît d'abord rapidement quand on s'éloigne de l'entrée, puis il décroît lentement vers l'aval.

3. — Les coefficients d'énergie cinétique α et α_T croissent toujours avec la distance à l'entrée.

Quant au coefficient α_x il présente une évolution analogue à celle observée en écoulement axial dans un divergent de même angle. La seule différence réside dans le fait que α_x atteint dans ce cas sa valeur maximale beaucoup plus rapidement.

4. — Le rendement du diffuseur dépend dans une grande mesure du type de rotation et du coefficient d'énergie cinétique à l'entrée.

Il existe une corrélation entre le coefficient α et le rendement du diffuseur dans nos expériences. Pour le tronçon du divergent ayant un rapport des sections $m = 2$ le rendement se réduit à 40 % quand $\alpha = 2{,}5$; tandis que cette valeur est supérieure à 90 % lorsque α est inférieur à 1,06.

5. — Pour les rotations de faible intensité ($\varphi_0 < 10^o$) on constate une amélioration de rendement par rapport à la valeur obtenue en écoulement axial.

6. — Un écoulement giratoire de forte rotation dont la répartition des vitesses tangentielles est du type vortex, a toujours un effet défavorable sur le rendement du divergent. La diminution du rendement est dans ce cas d'autant plus forte que l'inclinaison à la paroi est grande.

7. — Les résultats de Peters et de Kaufmann indiquent qu'une rotation du type en bloc réduit la perte de charge et améliore le rendement. Plus la rotation est forte plus l'amélioration est grande.

Afin de chercher une explication au fait que deux types de rotation donnent des résultats tout à fait différents, analysons l'influence de la rotation sur un écoulement

dans le divergent. D'après l'expérience, lorsqu'on ajoute des vitesses tangentielles à un écoulement axial on peut distinguer quatre effets :

a) variation de α;

b) formation d'un noyau central;

c) instabilité dans la couche limite de la paroi concave;

d) gradient de pression radial.

a) On sait qu'une augmentation du coefficient α entraîne toujours une diminution du rendement. Or, pour une inclinaison donnée à la paroi, la rotation en bloc présente un α beaucoup plus petit que celui correspondant à la rotation du type vortex, puisque d'abord les vitesses tangentielles additionnelles sont plus faibles; ensuite l'irrégularité de la répartition des vitesses axiales qui est provoquée par le gradient de pression radiale est moins forte.

Si l'inclinaison de la vitesse est petite on n'observe pas un changement appréciable sur α, il peut même prendre des valeurs plus petites par rapport à l'écoulement axial dans un diffuseur. C'est peut être une des raisons pour lesquelles, dans ce cas, la perte de charge est réduite. On peut comparer cet effet avec celui de la paroi centrale que nous avons mentionné au chapitre premier.

b) La formation du noyau central et l'existence du courant de retour que nous avons rencontrées aux fortes rotations sont sans aucun doute des sources de pertes de charge additionnelles. Nous ne savons pas exactement si le même phénomène se produisait aux cours des expériences de Peters, lorsqu'il utilisait une rotation forte du type en bloc. Mais, s'il existait un noyau dans ce type d'écoulement, de toute façon celui-ci devrait être comparativement petit. Donc il entraînerait une perte de charge moins importante.

d) Il paraît qu'un gradient de pression radial a un effet favorable sur la couche limite se trouvant sous l'effet d'un gradient de pression opposé dans le sens de l'écoulement, autrement dit dans un divergent. Pour augmenter cet avantage il est désirable que ce gradient soit grand plutôt sur la paroi qu'à l'intérieur. Ce qui est le cas pour les rotations en bloc.

Tout ceci indique que la répartition des vitesses tangentielles de la forme vortex doit donner une perte de charge plus grande. Il est pourtant impossible avec les renseignements dont on dispose actuellement, de savoir lequel de ces facteurs joue le rôle essentiel.

8. — L'efficacité d'un divergent est encore plus sensible à l'écoulement giratoire de forte rotation puisque le coefficient α croît continuellement le long du divergent, réduisant ainsi le facteur de diffusion.

9. — En utilisant le rendement comparatif on peut voir que les vitesses tangentielles, ne contribuent pas à la récupération, malgré leurs diminutions considérables pour les inclinaisons fortes.

En plus, la perte de charge engendrée par la présence de la rotation est plus grande que la somme de la perte de charge en écoulement axial et l'énergie cinétique correspondant à la diminution des vitesses tangentielles. Ceci revient à dire que les vitesses

rotationnelles non seulement sont irrécupérables, mais en même temps elles entraînent l'augmentation de la perte de charge de l'écoulement axial.

10. — En pratique, on a l'habitude d'utiliser le rendement simple qui ne tient pas compte de l'énergie additionnelle due aux vitesses tangentielles, ni même de l'irrégularité des vitesses. Le rendement ainsi calculé ne montre pas dans nos expériences un changement important avec la rotation.

4 CAS DES ASPIRATEURS DES TURBINES HYDRAULIQUES

Avec le développement des turbines à grande vitesse spécifique la récupération de l'énergie cinétique de l'eau à la sortie de la roue est devenue un problème de premier ordre dans l'ensemble de l'aménagement. Pour ce type de machine le rôle de l'aspirateur sur le rendement global de l'installation est comparable avec celui de la roue elle-même. Puisque dans la plupart des turbines Kaplan l'énergie cinétique à l'entrée du diffuseur correspond à 30 ou 40 % de la chute nette, en charge normale, sans tenir compte de la répartition non uniforme.

En réalité, l'énergie cinétique doit être calculée en tenant compte du coefficient α. Aux charges partielles, bien que la vitesse moyenne diminue, l'augmentation excessive de ce coefficient, entraînée par une rotation importante, maintient l'énergie cinétique à un niveau élevé. En somme, pour avoir une bonne turbine un diffuseur efficace est nécessaire.

Les aspirateurs peuvent avoir différentes formes. Mais aujourd'hui, quand il s'agit de centrales de quelque importance, on emploie toujours des groupes verticaux équipés d'un aspirateur coudé dont la forme et les dimensions essentielles sont indiquées sur la *figure* 105. Trois dimensions h, L, W qui joue un rôle primordial sur l'efficacité doivent être réduites au minimum pour des raisons économiques imposées par les frais du génie civil. L'augmentation de h entraîne des frais d'excavation plus élevés, une augmentation de L ou de W entraîne l'augmentation des dimensions de la centrale.

La détermination de ces dimensions doit, en principe, être accompagnée d'une étude de rentabilité très minutieuse, en tenant compte des facteurs suivants qui influencent le prix de revient de la production d'électricité :

1° le prix de la turbine et de la génératrice en fonction du nombre de tours;

2° le coût de la construction du bâtiment de la centrale en fonction des dimensions W et L;

3° les frais d'excavation en fonction de h (hauteur de l'aspirateur);

4° les gains d'énergie par l'augmentation du rendement du diffuseur, en fonction des dimensions h, L et W.

5° les frais d'exploitation nécessités par la réparation de la roue cavité.

Comme dans beaucoup de domaines du génie civil et mécanique, ici, encore, la multiplicité des facteurs en jeu rend la solution exacte du problème pratiquement impossible sinon anéconomique. Dans la pratique on cherche à dégrossir le problème

en faisant des hypothèses en vue d'éliminer certains facteurs ayant des influences relativement petites. Pour les constructeurs de turbines hydrauliques, le problème se pose généralement de la façon suivante : les trois dimensions en question ayant été fixées préalablement, il s'agit d'adopter un diffuseur satisfaisant le rendement garanti de la turbine. C'est pourquoi dans leurs laboratoires ils n'entreprennent pas d'études mettant en lumière les influences des dimensions du diffuseur d'une manière générale.

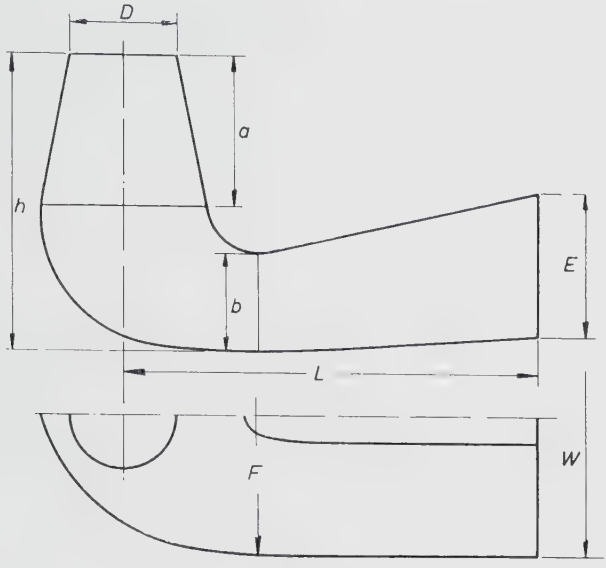


Fig. 105

4,1 **Analyse du diffuseur coudé.**

Un diffuseur coudé se compose essentiellement de trois tronçons de différentes formes : une partie verticale constituée par un divergent conique, un coude et une partie horizontale qui peut être assimilée à un diffuseur de section rectangulaire. Il est évident que le tronçon conique constitue la partie la plus importante du diffuseur parce que, d'abord, c'est ici que la plus grande partie de la transformation a lieu et, en plus, son rendement est plus élevé par rapport aux deux autres tronçons.

La hauteur de l'aspirateur ayant été donnée, un des plus importants facteurs est l'angle de divergence du cône. En choisissant cet angle, il faut non seulement considérer la longueur du cône, mais aussi le rendement de la partie aval de l'aspirateur. C'est pourquoi l'angle idéal sera un peu inférieur à celui donnant l'efficacité maximale pour la longueur en question. Par contre, θ sera toujours supérieur à l'angle correspondant au rendement maximal.

Quant à la portion coudée, on n'a pas de renseignements très précis sur le rendement d'un tel diffuseur. On sait qualitativement qu'un applatissement vers la sortie du coude améliore la récupération en général. Les récentes recherches effectuées sous la direction de M. Ackeret montrent qu'en diminuant la largeur dans le plan de symétrie et, en compensation, en augmentant la largeur perpendiculaire à ce plan on

peut presque éliminer l'effet néfaste du coude (voir chap. premier, *fig.* 21). En outre, dans le cas d'un aspirateur, l'étranglement de la section vers la sortie du coude peut apporter deux améliorations supplémentaires : la convergence régularise le profil des vitesses à l'entrée de la dernière portion du diffuseur entraînant ainsi une augmentation du rendement dans cet endroit et en même temps une diminution du coefficient α à la sortie. D'autre part, cet étranglement permet de prolonger la paroi interne du coude de façon à permettre de choisir un rayon de courbure plus grand.

Quelquefois, on donne à la dernière portion qui suit le coude une légère pente vers la sortie, afin de réduire les frais d'excavation. Cette partie de l'aspirateur comprend un ou deux piliers longitudinaux partageant la canalisation en deux ou trois passages. Ces piliers sont peut-être les seuls éléments de construction qui ne font pas l'objet d'une discussion entre l'ingénieur hydraulicien et l'ingénieur du génie civil, puisqu'ils sont utiles à la fois pour supporter la charge du bâtiment et pour améliorer le profil des vitesses à la sortie.

4,2 **Influence de la rotation.**

La répartition des vitesses rotationnelles à la sortie de la roue a, en général, une forme se rapprochant de celle de la rotation du type vortex. Mais notons tout de suite que ceci n'est pas une règle absolue. Les mesures effectuées avec l'initiative de M. Campmas, en France, ont montré que la répartition des vitesses et des inclinaisons à l'aval des roues Francis varient suivant le constructeur et en même temps avec la charge du groupe.

La présence de la rotation ayant pour effet de retarder le décollement dans le cas général, nous serons en mesure d'augmenter l'angle de divergence du cône. En pratique, pour les aspirateurs des turbines Kaplan 2θ varient entre 13° et 17°. Dans le cas des turbines Francis, la hauteur du diffuseur étant relativement grande, on choisit une valeur plus petite.

Les recherches sur les aspirateurs des turbines Kaplan montrent que l'influence de la rotation sur l'efficacité du diffuseur entier est comparable à l'influence sur un simple divergent conique droit, malgré l'existence du coude. On constate généralement une efficacité optimale pour une inclinaison moyenne de 8° à 12° (réf. [55]), il est à remarquer que dans cette condition le coefficient α est minimal. Le rendement de l'aspirateur subit une diminution de part et d'autre de la condition optimale. La rotation, ainsi que le coefficient α, augmente considérablement pour les charges partielles et pour les charges fortes. Dans le cas des turbines à aube fixe cette augmentation est beaucoup plus grande. Pour fixer les idées, citons les expériences de M. Campmas selon lesquelles on obtenait dans les aspirateurs des turbines Francis des valeurs de α allant jusqu'à 4 et entraînant ainsi une efficacité aussi basse que 30 %.

En plus, lorsque l'inclinaison de la vitesse est très grande, il faut s'attendre à un noyau central. C'est ce qui se produit dans les aspirateurs des turbines Francis à charge partielle. Mais, cette fois, il est accompagné de la cavitation, puisque au centre la dépression est très grande par suite de la rotation. En outre, ce noyau provoque quelquefois une instabilité très sérieuse dont le mécanisme n'est pas encore précisément connu.

A la lumière de nos résultats d'expériences les remarques suivantes peuvent être faites :

— au cours du tracé d'une roue hydraulique, il faut chercher à obtenir une répartition des vitesses tangentielles aussi loin que possible de celle du type vortex;

— α étant un facteur primordial, quelque soit la rotation, le principe du tracé de l'aspirateur doit être pour toutes les sections de maintenir ce facteur aussi bas que possible;

— le rendement du divergent conique en écoulement giratoire étant amélioré fortement au fur et à mesure qu'on s'éloigne de l'entrée, il faut chercher à laisser une partie rectiligne suffisante avant d'entrer dans la partie coudée, pour qu'on puisse atteindre un rendement raisonnable à charge partielle et à pleine charge.

BIBLIOGRAPHIE

[1] K. Andres. — *Versuche über die Umsetzung von Wassergeschwindigkeit in Druck.* Mitteilungen über Forschungsarbeiten, herausgegeben von V.D.I. Heft, 76, 19 (1909).

[2] A. H. Gibson. — *On the flow of water through pipes and passages having converging or diverging boundaries.* Proceedings of the Royal Society, Series A, vol. 83 (1910).

[3] A. H. Gibson. — *On the resistance to flow of water through pipes or passages having divergent boundaries.* Transactions of the Royal Society, Edinburgh, vol. 48, part I (1913).

[4] A. N. Vedernikoff. — *An experimental investigation of the flow of air in a flat broadening channel.* Aero-Hydrodynamical Institute Moscow (1926) (Translation N.A.C.A. TM 1059, 1944).

[5] J. Ackeret. — *Grenzschichtabsaugung.* Z.V.D.L., Bund 70, n° 35 (1926) (Translation N.A.C.A. TM 395, 1926).

[6] H. Peters. — *Energieumsetzung in Querschnittserweiterungen bei verschiedenen Zulaufbedingungen.* Ingenieur Archiv II, Band Erstes, Heft (mars 1931).

Conversion of energy in cross-sectional divergences under different conditions of flow (Translation N.A.C.A. TM 737, mars 1934).

Transformation de l'énergie dans un divergent dans diverses conditions d'entrée (trad. E.D.F., n° 599).

[7] J. Demontis. — *Recherches sur l'influence de l'angle d'ouverture d'un ajutage divergent sur l'écoulement à deux dimensions de l'air à travers cet ajutage.* Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, P.S.T., n° 87 (1937).

[8] H. Sprenger. — *Messungen an Diffusoren.* Rapport V.D.I. (1955).

[9] J. Ackeret. — *Couches limites dans les diffuseurs droits et coudes.* Rapport pour « Aerodynamisches Institut der Eidgenössischen Technischen Hochschule » (1959) (trad. E.D.F., n° 631).

[10] J. A. Eytelwein. — Manuel de Mécanique, Berlin (1800).

[11] S. J. Kline, D. E. Abbott, R. W. Fox. — *Optimum design of straight-walled diffuseurs.* A.S.M.E. Transactions (septembre 1959).

[12] S. J. Kline. — *On the nature of stall.* A.S.M.E. Transactions (septembre 1959).

[13] G. N. Patterson. — *Modern diffuser design.* Aircraft Engineering (septembre 1938) (trad. E.D.F., n° 575).

[14] J. Polzin. — *Flow investigation in a two dimentional diffuser.* R.T.P. Translation, n° 00, British Ministry of Aircraft Production (octobre 1940).

[15] A. M. Lewine. — *La position du point de décollement dans les diffuseurs plans.* Akad. Naouk. S.S.S.R., tome LXXXVII, n° 5 (1952) (trad. E.D.F.).

[16] H. B. Squire. — *Experiments on conical Diffusers,* Ministry of supply. Aeronautical Research Council Report an Memo. (1953) Her Majesty's stationary office.

[17] M. R. Copp. — *Effect of inlet wall contour on the pressure recovery of a* 10° *diffuser.* N.A.C.A. Research Memo. RM L51E11a (septembre 1951).

[18] F.A.L. Winternitz et W. J. Ramsay. — *Effect of inlet boundary layer on pressure recovery, energy conversion and losses in conical diffusers.* Journal of the Royal Aeronautical Society (février 1957).

[19] E. M. Uram. — *The growth of an axisymmetric turbulent boundary layer in an adverse pressure gradient.* Proceedings of the Second U.S. National Congress of Applied Mechanics, Ann Arbor, Michigan (1954).

[20] E. G. Reid. — *Performance characteristics of plane- wall two-dimentional diffusers.* N.A.C.A. TN 2888 (février 1953).

[21] C. H. Cottignies. — *Contribution à l'étude des pertes de charge singulières.* Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, P.S.T., n° 231 (1949).

[22] O. Aïdi. — *Contribution à l'étude des diffuseurs courts de révolution.* Thèse présentée à la Faculté des Sciences de l'Université de Paris (1956).

[23] Robertson et D. Ross. — *Effect of inlet conditions on the flow in diffusers.* A.S.M.E., n° 141 (juillet 1952).

[24] Francis H. Clauser. — *Turbulent boundary layers in adverse pressure gradients.* Journal of the Aeronautical Sciences (février 1954).

[25] H. Sprenger. — *Experimentelle Untersuchungen Geraden und Gekrummten Diffusoren.* Thèses de Doctorat E.T.H., Zurich (1959).

[26] D. Ross. — *A physical approach to turbulent boundary-layer problems.* A.S.C.E., vol. 121, Paper, n° 2838 (1956).

[27] J. M. Robertson et H. R. Fraser. — *Separation prediction for conical diffusers.* A.S.M.E., Journal of Basic Engineering (mars 1960).

[28] M. A. Sinbel. — *Boundary-layer solution for a flow in a diverging passage having a swirl component.* Journal of Applied Mechanics (décembre 1959).

[29] J. M. Robertson et J. W. Holl. — *Effect of adverse pressure gradients on turbulent boundary layers in axisymmetric conduits.* Journal of Applied Mechanics, vol. 24, A.S.M.E., vol. 79 (1957).

[30] G. B. Schubauer et P. S. Klebanoff. — *Investigation of separation of the turbulent boundary-layer.* N.A.C.A. Technical Note 2133 (août 1950).

[31] W. Margoulis. — *Recherches sur les diffuseurs et l'aspiration de la couche limite.* Technique Aéronautique, nouvelle série, n° 132 (1934).

[32] H. Schilichting. — *Boundary-layer theory.* London, Pergamon Press Ltd. (1955).

[33] K. Kaufmann. — *Grenzschichtbeeinflussung bei Diffusoren von Strömungsmaschinen.* Voith Forschung und Konstruction (août 1957).

Influence exercée sur la couche limite dans les diffuseurs des machines hydrauliques et turbomachines. (Trad. E.D.F., n° 573).

[34] C. Wood et Higginbotham. — *The influence of vortex generators on the performance of a short* 1,9 : 1 *straight wall annular diffuser with a swirling inlet flow.* N.A.C.A. RM L52101a.

[35] Persch. — *The effect of surface roughness on the performance of a* 23 *conical diffuser and subsonic mach number.* N.A.C.A. RM L51K09.

[36] C. Ozgur. — *Évolution du champ des vitesses tangentielles des écoulements hélicoïdaux dans les tuyaux.* Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences (mars 1954).

[37] C. Ozgur. — *Amortissement de la vitesse tangentielle dans un écoulement hélicoïdal.* Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences, Paris (29 mars 1954).

[38] A. W. Marris. — *Radial distributions of temporal mean peripheral velocity and pressure for fully developed turbulent flow in curved channels.* A.S.M.E., Paper, n° 59 A-51 (1960).

[39] B. H. Little et S. W. Wilbur. — *Performance and boundary-layer data from* 12°-23° *conical diffusers.* N.A.C.A., Report 1201 (1954).

[40] K. Bammert, H. Klaukens. — *Nabentotwasser hinter leitraden von axialen Strömungsmaschinen.* Ingenieur Archiv, XVII Band, Heft 5 (1949).

[41] Kolar Voclay. — *Decay of Spiral Flow.* IX^{e} Congrès International de Mécanique Appliquée (1957).

[42] I. Viskovic. — *Rotation losses at the rear of turbo-machine runner wheels.* Escher Wyss News, vol. XIV (1941).

[43] M. Strschelessky. — *Ein Beitrag zur Theorie des hydrodynamischen Gleichgewichts von Strömungen.* Voith- Forschung und Konstruction, Heft 2.

[44] A. Fortier. — *Écoulement turbulent.* Cours professé à la Sorbonne (1955-56).

[45] A. Fortier. — *Étude d'un écoulement giratoire dans un tuyau cylindrique.* Chaleur et Industrie (mai 1956).

[46] F. A. L. Winternitz. — *Probe Measurements in Three-Dimensional Flow.* Aircraft Engineering (août 1956).

[47] L. Wattendorf. — *A study of the effect of curvature on fully developed turbulent flow.* Proceedings of the Royal Society of London, série A, vol. 448 (1935).

[48] H. Yeh. — *Boundary-layer along annular walls in a swirling flow.* A.S.M.E., Paper, n° 57-SA-22, Presented at the ASME Semi-annual Meeting, San Francisco (1957).

[49] C. M. White. — *Streamline flow through curved pipes.* Royal Society of London (avril 1929).

[50] G. I. Taylor. — *The criterion for turbulence in curved pipes.* Proceedings of the Royal Society of London (mars 1929).

[51] M. P. Kalounichkine. — *Au sujet du mouvement hélicoïdal dans les canalisations.* Izvestia Akademii Naouk (1952) (trad. E.D.F.).

[52] R. Comolet. — *Étude théorique du dépoussiérage par centrifugation. Théorie du dépoussiéreur à cellule axiale.* Chaleur et Industrie, Paris (juillet 1958).

[53] D. Campmas. — *Étude de l'écoulement dans les aspirateurs des turbines Francis industrielles.* Congrès de l'A.I.R.H., Lisbonne (1957).

[54] L. G. Podvidz et D. A. Butaev. — *Étude de l'écoulement dans un aspirateur coudé.* Extrait de Vyss. Tech. Ucil Bauman, U.R.S.S.

[55] O. Mivagi. — *On the model experimental of water turbine draught tubes.* The Technology Reports of the Tohoku Imperial University, vol. X, n° 3 (1933).

[56] Velner. — *Étude théorique et expérimentale des diffuseurs à haut rendement pour turbines hydrauliques.* Recueil de l'Institut Polytechnique de Leningrad (1954) (trad. E.D.F., n° 582).

[57] A. A. Sabanieff. — *Sur un élément des turbines hydrauliques non reproduit sur modèle réduit.* Izvestia Vsesoiouznogo Naoutchnogo Isledovatelnogo Institouta Ghidrotechniki 54 (1955) (trad. E.D.F.).

[58] Fritz Krisam. — *Étude d'une nouvelle forme de diffuseur pour des turbines à vitesse spécifique élevée.* Mitteil. des Inst. für Strömungs-Maschinen, Karlsruhe (1932) (trad. E.D.F., n° 637).

[59] V. G. Sanoian. — *Méthode de calcul de la forme des divergents à partir d'une répartition donnée des vitesses à l'entrée.* Isvestia Akademii Naouk Armianskoi S.S.R. (trad. E.D.F., n° 660).

[60] *Hydraulic turbine and draft tube settings.* Report of the Hyd. Pow. Com. Edison Elec. Institute (1955).

[61] H. Vullers. — *Utilisation de l'énergie cinétique de l'air à la sortie des ventilateurs par emploi de diffuseurs.* Z.V.D.I. (août 1933).

[62] K. Kaufmann. — *Saugrohruntersuchungen.* Voith Forschung und Konstruction (1953).

[63] L. G. Podvidz et D. A. Butaev. — *Effet de la forme d'un aspirateur coudé sur son rendement.* Vyss Tech. Ucil in Baum (1957) (trad. E.D.F., n° 629).

[64] M. Campmas. — *Investigation dans les aspirateurs des turbines Francis.* V^e^ Journée de l'Hydraulique, Aix-en-Provence (1958).

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

FROTTEMENT D'UN DISQUE TOURNANT DANS UN FLUIDE

Vu et approuvé :

Paris, le 13 novembre 1960

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

J. PÉRÈS.

Vu et permis d'imprimer :

Le Recteur de l'Académie de Paris,

Jean SARRAILH.

IMPRIMERIE

22340 - Imprimerie du S.D.I.T., 4, avenue de la Porte-d'Issy, Paris-XV^e

IMPRIMERIE